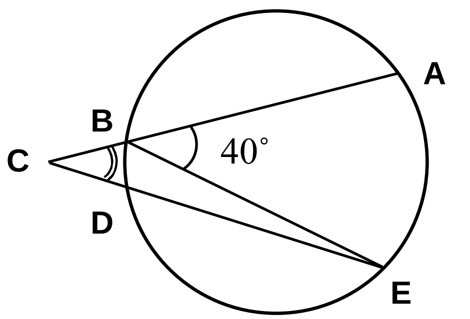
Examen 2 **22-Nov-2008**

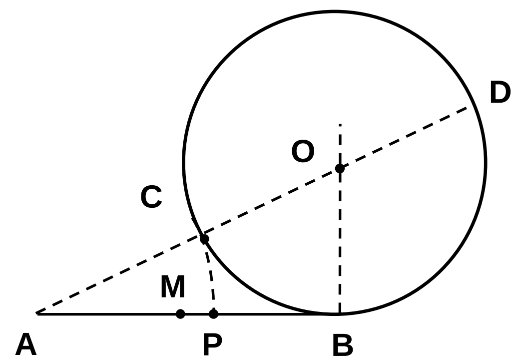
Geometría Plana y Trigonometría (SEP-INAOE)

Nombre completo: ______________________________________ No. de grupo: _____
Nombre instructor:_______________________________________ Calificación: _____

1.- Los radios de dos circunferencias son 10 y 16 cm. Hallar la distancia entre los centros si las circunferencias son: a) tangentes interiores; b) tangentes exteriores.

2.- Si el arco *BD* mide 10˚ y el ángulo *ABE* = 40˚; hallar el ángulo *BCD* (ver figura izquierda).





3.- Hallar <u>gráficamente</u> la longitud del segmento áureo *AP* del segmento *AB* = 7 cm en base a la figura derecha (equivalentemente, ver la Fig. 192 del Art. 219, pág. 164).

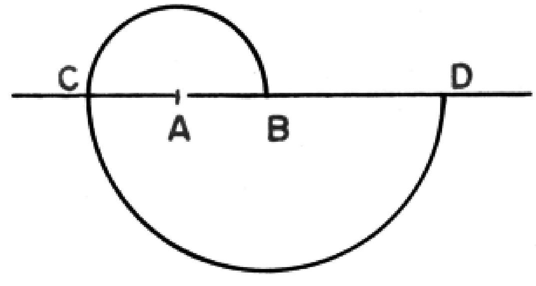
4.- Sabiendo que el perímetro de un exágono regular inscrito en una circunferencia vale 48 cm, calcular el diámetro de dicha circunferencia.

5.- Construir <u>geométricamente</u> un octágono regular inscrito en una circunferencia de radio $r = 2\sqrt{2}$ cm, basándo la construcción en la del cuadrado inscrito (misma circunferencia).

6.- Rectificar <u>gráficamente</u> una circunferencia cuyo diámetro es *AB* = 4 cm.
(Sugerencia: ver la Fig. 221 del Art. 263, pág. 199).

7.- Hallar la longitud de una circunferencia circunscrita a un triángulo equilátero de 36 m de perímetro.

8.- El arco $\cap BC$ se ha trazado haciendo centro en *A*. El arco $\cap CD$ se ha trazado haciendo centro en *B*. Si *AB* = 5 cm, calcular la longitud de la curva *BCD*.

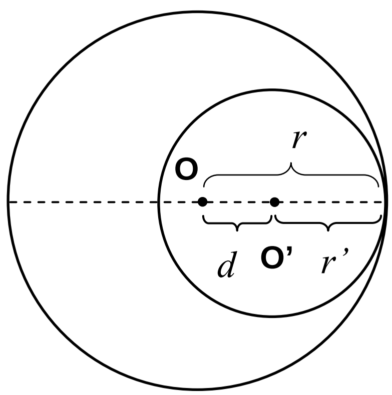


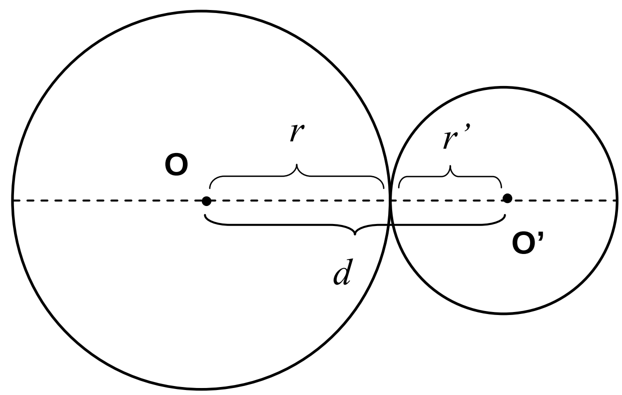
Revisor: *Mtra. Margarita*

1.- Los radios de dos circunferencias son 10 y 16 cm. Hallar la distancia entre los centros si las circunferencias son: a) tangentes interiores; b) tangentes exteriores. [0,¼,½,¾,1]

[¼] *a) En dos circunferencias tangentes interiormente la distancia d entre los centros O y O' es igual a la diferencia de sus radios; así,* $d = OO' = r - r'$ *(pues* $r > r'$*),* *de donde,* $d = 16 - 10 = 6$ cm. [½]

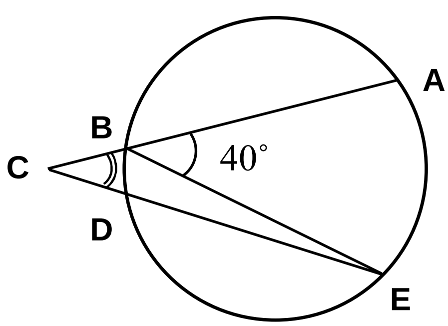
[¾] *b) En dos circunferencias tangentes exteriormente la distancia de los centros es igual a la suma de los radios. Por tanto,* $d = OO' = r + r'$*, en particular,* $d = 16 + 10 = 26$ cm. [1]





2.- Si el arco BD mide 10˚ y el ángulo ABE = 40˚; hallar el ángulo BCD (ver figura izquierda).

[0,¼,½,¾,1]



[¼] *El ángulo dado ABE es inscrito y su medida es igual a la mitad del arco comprendido entre sus lados. Así,*

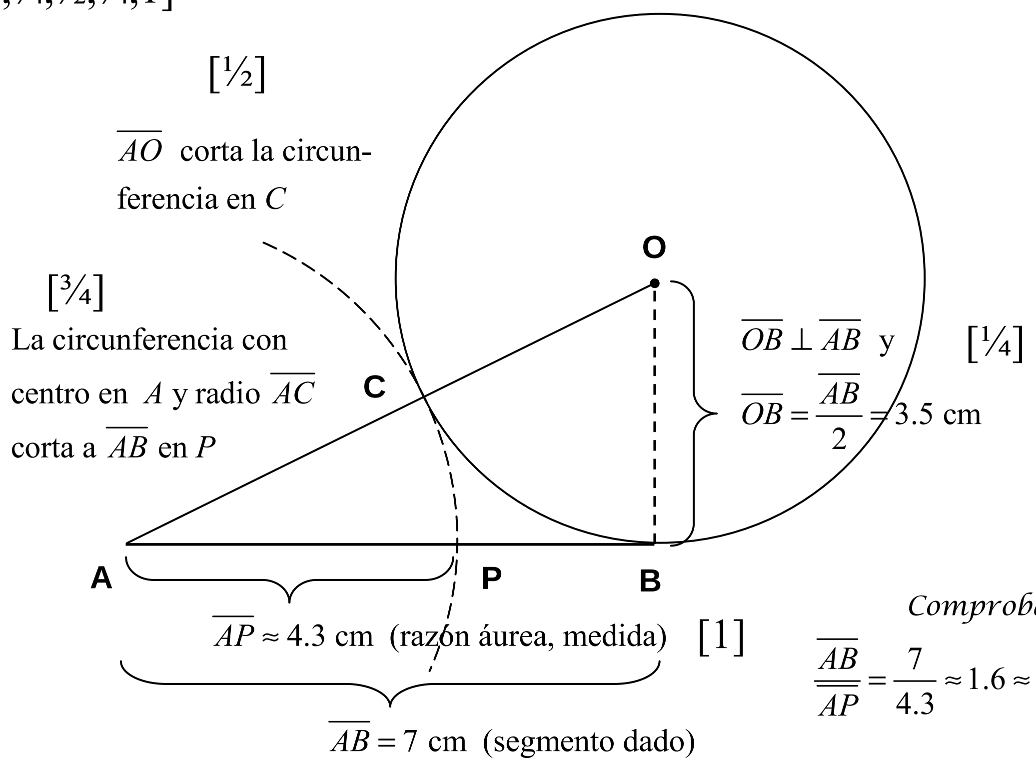
$$\angle B = \angle ABE = 40° = \frac{\cap AE}{2} \quad \therefore \quad \cap AE = 2(40°) = 80°, \quad [½]$$

y como se conoce la medida del arco BD, resulta que siendo C un punto exterior a la circunferencia, la medida del ángulo exterior BCD es igual a la semidiferencia de los arcos comprendidos por sus lados. Entonces, [¾]

$$\angle C = \angle BCD = \frac{\cap AE - \cap BD}{2} = \frac{1}{2}(80° - 10°) = \frac{70°}{2} = 35°. \quad [1]$$

3.- Hallar <u>gráficamente</u> la longitud del segmento áureo *AP* del segmento *AB* = 7 cm en base a la figura derecha (equivalentemente, ver la Fig. 192 del Art. 219, pág. 164).

[0,¼,½,¾,1]



Comprobación:

$$\frac{\overline{AB}}{\overline{AP}} = \frac{7}{4.3} \approx 1.6 \approx \frac{4.3}{2.7} = \frac{\overline{AP}}{\overline{PB}}$$

$$\overline{AP} = \frac{1}{2}\overline{AB}(\sqrt{5}-1) = 3.5(1.23) \approx 4.3$$

4.- Sabiendo que el perímetro de un exágono regular inscrito en una circunferencia vale 48 cm, calcular el diámetro de dicha circunferencia.

[0,½,1]

El perímetro de un exágono regular inscrito en una circunferencia está dado por 6 *veces su lado y como el lado del exágono es igual al radio de la circunferencia circunscrita, se tiene que:*

[½]

$$p_6 = 6l_6 = 6r = 48 \text{ cm., de donde } r = \frac{48}{6} = 8 \text{ cm.}$$

Por lo tanto, $d = 2r = 2(8) = 16$ cm es el diámetro buscado. [1]

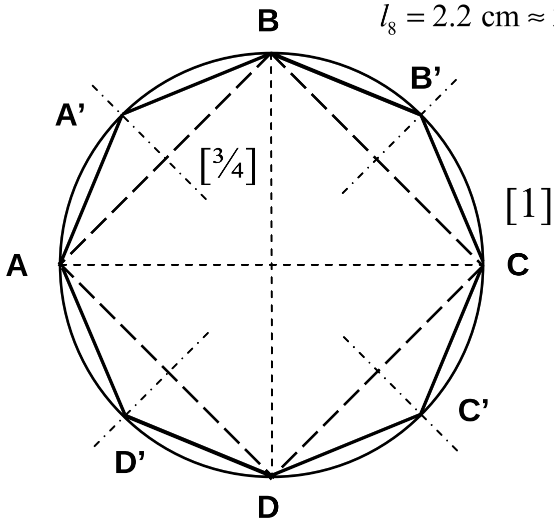
Revisor: *Dr. Gonzalo Urcid*

[0,¼,½,¾,1]

5.- Construir <u>geométricamente</u> un octágono regular inscrito en una circunferencia de radio $r = 2\sqrt{2}$ cm, basándo la construcción en la del cuadrado inscrito (misma circunferencia).

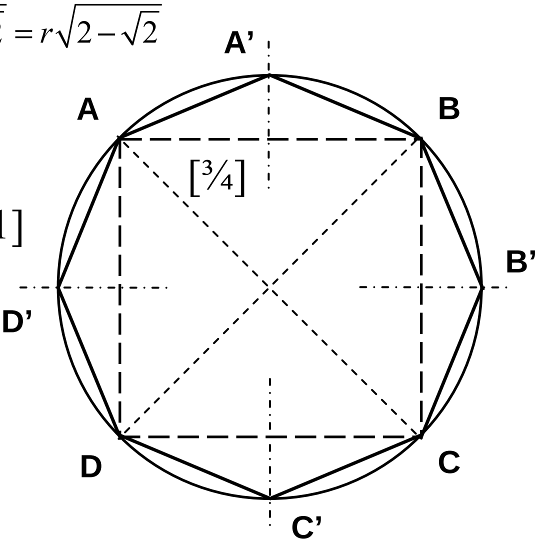
Para trazar la circunferencia circunscrita, el valor aproximado del radio es $r = 2(1.41) \approx 2.8$ cm*; por otra parte, el lado del cuadrado inscrito tiene por lado*
[¼] $l_4 = r\sqrt{2} = 2\sqrt{2}\sqrt{2} = 4$ cm. *Este cuadrado se puede trazar, a) considerando que los vértices quedan determinados por la intersección de los diámetros AC y BD (perpendiculares entre sí) con la circunferencia, o b) considerando que los vértices quedan determinados por la intersección de los diámetros oblicuos a* 45° y 135° *(perpendiculares entre sí) con la circunferencia. Finalmente, se levantan* [½] *perpendiculares en los puntos medios de cada lado del cuadrado construido en a) o b) y se unen por segmentos, dos por cada lado, para así formar el octágono regular inscrito requerido. Se comprueba, midiendo con una regla graduada que*

$$l_8 = 2.2 \text{ cm} \approx 2\sqrt{2}\sqrt{2-\sqrt{2}} = r\sqrt{2-\sqrt{2}}$$



[1]

[1]



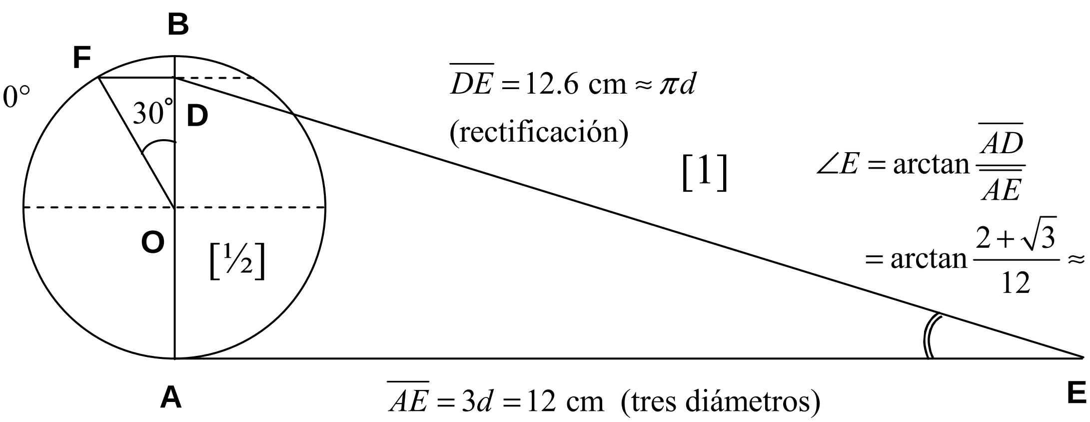
6.- Rectificar <u>gráficamente</u> una circunferencia cuyo diámetro es $AB = d = 4$ cm. [0,½,1]
(Sugerencia: ver la Fig. 221 del Art. 263, pág. 199).

$\angle BOF = 30°$

$\overline{FD} \perp \overline{OB}$

$\overline{OD} = \sqrt{3}$

$\overline{OA} = 2$



$\overline{DE} = 12.6 \text{ cm} \approx \pi d$

(rectificación)

[1]

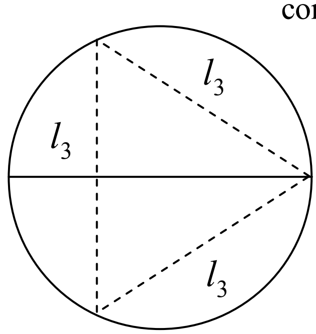
$$\angle E = \arctan\frac{\overline{AD}}{\overline{AE}} = \arctan\frac{2+\sqrt{3}}{12} \approx 17.3°$$

$\overline{AE} = 3d = 12$ cm (tres diámetros)

7.- Hallar la longitud de una circunferencia circunscrita a un triángulo equilátero de 36 m de perímetro.

[0,½,1]

como $P_{\Delta} = 3l_3 = 3r\sqrt{3} = 36$ m, se obtiene $r = \dfrac{36}{3\sqrt{3}} = \dfrac{12}{\sqrt{3}}\dfrac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 4\sqrt{3}$ [½]

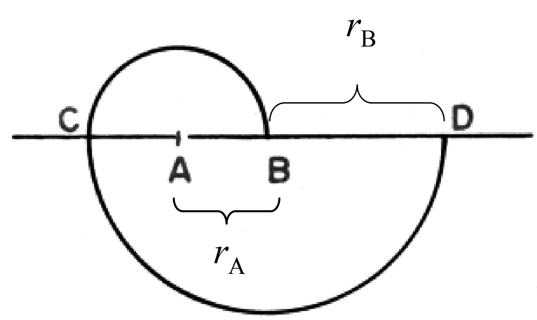


de donde, la longitud de la circunferencia circunscrita es [1]

$$C = 2\pi r = 2\pi(4\sqrt{3}) = 8\pi\sqrt{3} \text{ m} \approx 43.53 \text{ m.}$$

8.- El arco $\frown BC$ se ha trazado haciendo centro en A. El arco $\frown CD$ se ha trazado haciendo centro en B. Si $AB = 5$ cm, calcular la longitud de la curva BCD.

[0,½,1]



La longitud del arco $\frown BC$ equivale a la longitud de la semicircunferencia con centro en A y radio $r_A = AB = 5$ cm, y la longitud del arco $\frown CD$ es igual a la longitud de la semicircunferencia con centro en B y radio $r_B = BC = BD = 10$ cm. Por lo tanto, la longitud de la curva BCD está dada por: [½]

$$L_{BCD} = L_{\frown BC} + L_{\frown CD} = \pi r_A + \pi r_B = \pi(5+10) = 15\pi \text{ cm} \approx 47.12 \text{ cm.}$$ [1]