$\perp$ *y* $\|$ *, Rectas cortadas y* <'*s que se forman*

Cápitulo 3. Ejercicios Resueltos (pp. 43 – 46)

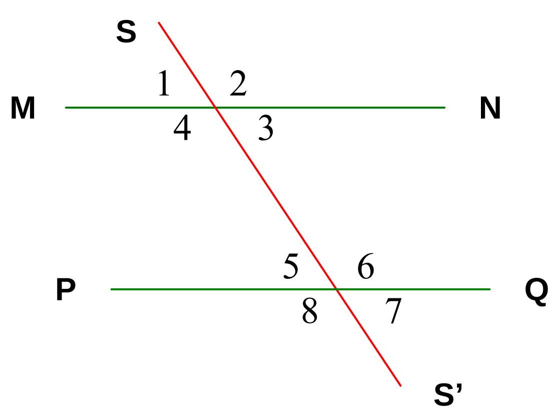
(1) ¿ Tiene la perpendicularidad la propiedad recíproca? ¿ Y la propiedad idéntica? *La relación de perpendicularidad entre rectas del plano es simétrica o recíproca, ya que dadas dos rectas AB y CD que se cortan y forman* 4 *ángulos rectos entre sí, es indistinto decir que AB es perpendicular a CD o que CD es perpendicular a AB. Por otra parte, dada una recta AB no es posible que ella sea perpendicular a sí misma, ya que la perpendicularidad requiere de dos rectas que se cortan en un punto y una recta se corta a sí misma en todos sus puntos. En consecuencia, no tiene la propiedad reflexiva o idéntica. Así,*

a) si $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{CD}$ entonces $\overleftrightarrow{CD} \perp \overleftrightarrow{AB}$ es verdadero (Sí)

b) $\overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{AB}$ (recta perpendicular a sí misma) es falso (No)

(3) Sea *MN* es paralela a *PQ* y *SS'* una secante para la cual el ángulo 7 es la mitad del ángulo 8; hallar todos los ángulos. *Por hipótesis,* $2\angle 7 = \angle 8 \quad \therefore \quad \angle 7 + \angle 8 = 3\angle 7 = 2R$ *(adyacentes)*

$$\therefore \quad \angle 7 = \frac{2R}{3} = 60^\circ \text{ y } \angle 8 = 120^\circ$$



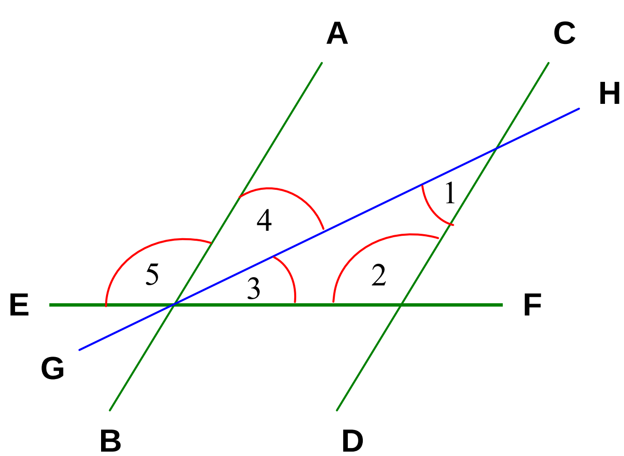
Por el postulado de paralelas cortadas por una secante, ángulos correspondientes son iguales. Así,

$$\angle 3 = \angle 7 = 60^\circ \text{ y } \angle 4 = \angle 8 = 120^\circ$$

finalmente, al ser opuestos por el vértice,

$$\angle 1 = \angle 5 = 60^\circ \text{ y } \angle 2 = \angle 6 = 120^\circ$$

(5) Si la recta *AB* es paralela a la recta *CD*, demostrar que: $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 = 2R$



Demostración: 1ero, los ángulos 5, 4 y 3 *son ángulos consecutivos formados al lado de la recta EF, por el Teorema 4 (pág. 28) se sigue que*

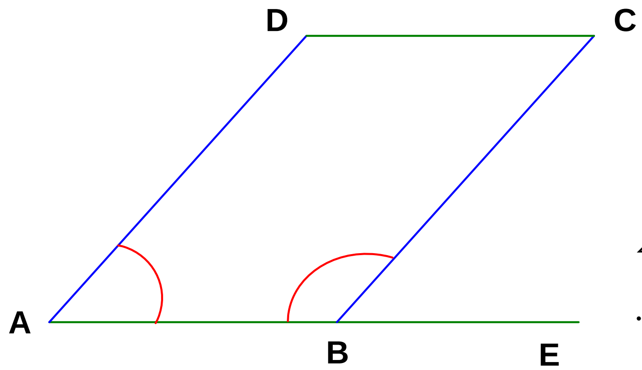
$$\angle 5 + \angle 4 + \angle 3 = 2R$$

Dado que la secante EF corta a $\overleftrightarrow{AB} \,\|\, \overleftrightarrow{CD}$ *entonces, por ser correspondientes,* $\angle 5 = \angle 2$ *. Análogamente, por ser GH secante a las mismas paralelas y como consecuencia del Teorema 8 (pág. 41) sobre la igualdad de ángulos alternos internos, se obtiene que* $\angle 4 = \angle 1$*, de donde por substitución queda demostrada la proposición.*

$\perp$ y $\parallel$, *Rectas cortadas y <'s que se forman*

Capítulo 3. Ejercicios Resueltos (pp. 43 – 46)

(7) Si la recta *AD* es paralela a la recta *BC*, la recta *CD* es paralela a la recta *AB*, y los ángulos *BAD* y *ABC* son iguales, respectivamente a $2x$ y $6x$, hallar los ángulos *ABC*, *BCD*, *CDA* y *DAB*.



Por hipótesis, $\angle BAD = 2x$; $\angle ABC = 6x$ *por ser la recta AE secante a las paralelas AD y BC, aplicando el Teorema 10 (pág. 42) del cual los ángulos conjugados internos son suplementarios, se sigue entonces que*

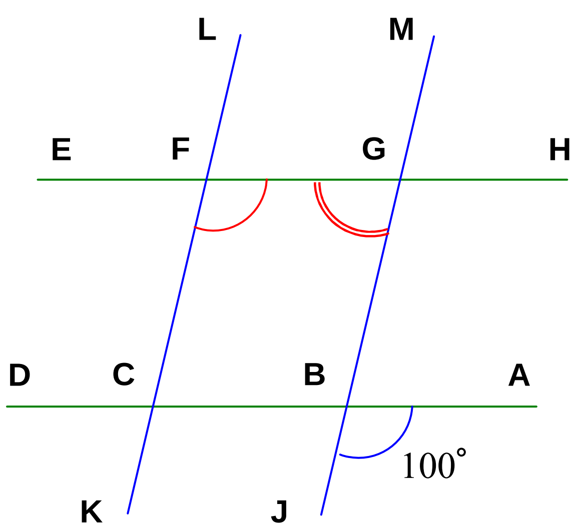
$$\angle BAD + \angle ABC = 2x + 6x = 4(2x) = 2R$$

$$\therefore \quad \angle DAB = 2x = \frac{2R}{4} = 45° \text{ y } \angle ABC = 3(2x) = 135°$$

Aplicando el mismo Teorema 10 a la secante AD *que corta* $AB \parallel CD$, *y a la secante BC que también corta a* $AB \parallel CD$, *se concluye que los ángulos conjugados internos DAB y CDA, así como los ángulos conjugados internos ABC y BCD son suplementarios. Así,*

$$\angle CDA = 2R - \angle DAB = 135° \quad \text{y} \quad \angle BCD = 2R - \angle ABC = 45°$$

(9) Si la recta *EH* es paralela a la recta *DA*, la recta *LK* es paralela a la recta *MJ* y el ángulo $ABJ = 100°$, hallar los ángulos *FGB* y *CFG*.



Siendo la recta DA secante a $LK \parallel MJ$ *y aplicando el postulado sobre paralelas cortadas por una secante se sigue que* $\angle BCK = \angle ABJ$ *por ser correspondientes; una segunda aplicación del mismo postulado a la secante LK que corta a* $EH \parallel DA$, *se deduce, por la misma razón, que* $\angle CFG = \angle BCK$ *y por transitividad se obtiene*

$$\angle CFG = 100°$$

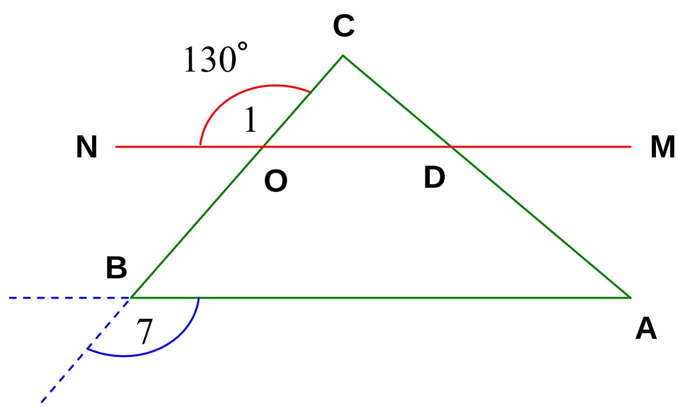
Finalmente, aplicando el Teorema 10 (pág. 42) a la secante EH que corta a $LK \parallel MJ$ *se tiene que* $\angle CFG + \angle FGB = 2R \ \therefore$

$$\angle FGB = 2R - \angle CFG = 180° - 100° = 80°$$

$\perp$ y $\parallel$, Rectas cortadas y <'s que se forman

Capítulo 3. Ejercicios Resueltos (pp. 43 – 46)

(11) Si la recta *AB* es paralela a la recta *MN* y el ángulo $CON = 130^\circ$, hallar el ángulo *ABC*.



Como construcción auxiliar, pueden prolongarse las rectas BC (hacia abajo) y AB (hacia la izquierda).

Considerando la recta BC secante a las paralelas dadas AB y MN, del Teorema 9 (pág. 42), que establece la igualdad de los ángulos alternos externos, se sigue que

$$\angle 7 = \angle 1 = \angle CON = 130^\circ$$

De la figura puede verse que el ángulo 7 *es adyacente al ángulo ABC, por tanto*

$$\angle ABC = 2R - \angle 7 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$