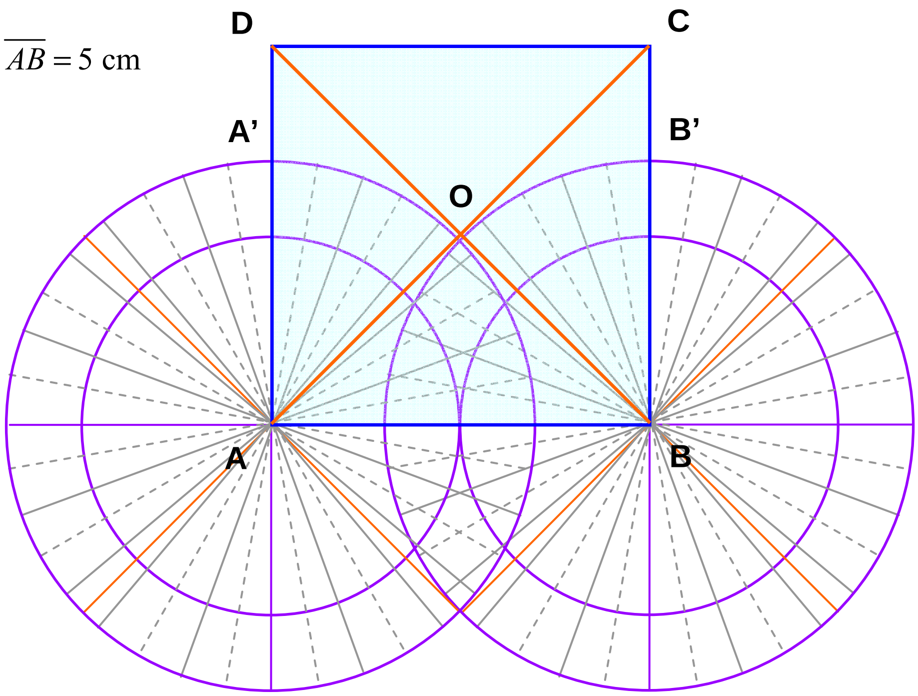
Cuadriláteros

Capítulo 8. Ejercicios Resueltos (p. 88)

(1) Construir un cuadrado de 5 cm de lado, trazar sus diagonales y comprobar, por medición, que son iguales y perpendiculares, que se dividen mutuamente en partes iguales y que son bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen.

Hipótesis: $\overline{AB} = 5 \text{ cm}$



Para construir un cuadrado de 5 cm *de lado, se mide un segmento AB con la longitud deseada y en sus extremos A y B se coloca el transportador para marcar los puntos A' y B' en su borde y trazar las rectas verticales AA' y BB' que formen un ángulo de* 90° *con AB. Sobre estas rectas se determinan los segmentos AD y BC de modo que tengan como longitud* 5 cm. *Finalmente, se unen los extremos C y D para formar el segmento CD y así cerrar el contorno del cuadrado ABCD pedido. Las diagonales AC y BD se trazan uniendo los vértices opuestos A con C y B con D.*

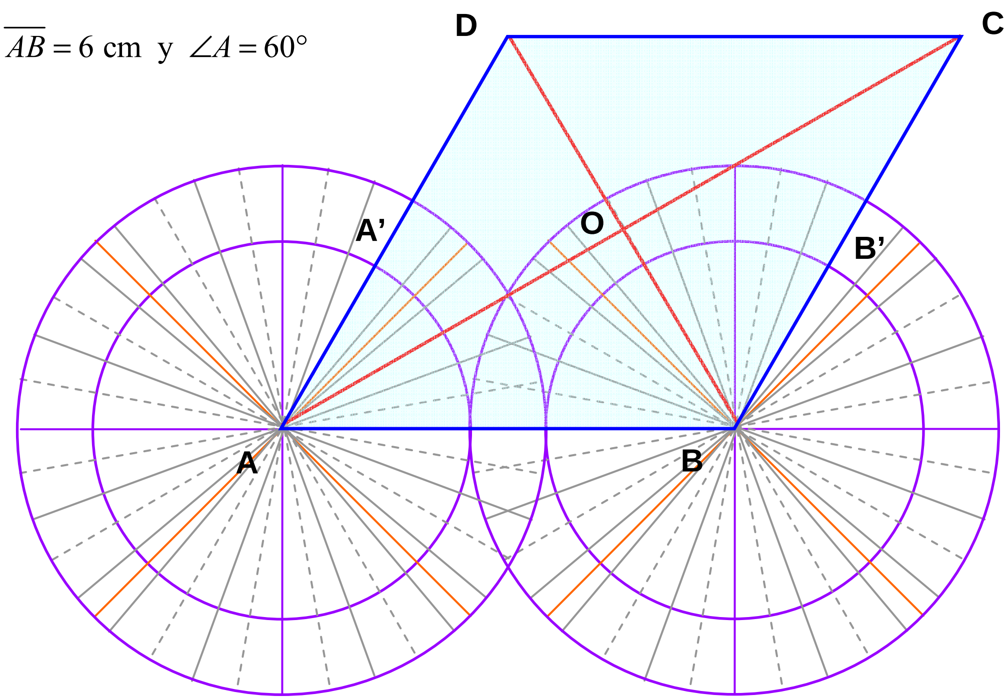
Usando una regla graduada se comprueba que $AC = BD$ *y que su longitud aproximada vale* 7.1 cm*; además, colocando el transportador en el punto O donde se cruzan ambas diagonales, se verifica que AC y BD son perpendiculares entre sí. Empleando la regla graduada se ve que* $AO = OC$ *y* $BO = OD$ *ya que su longitud aproximada es de* 3.55 cm, *por tanto las diagonales se dividen mutuamente en partes iguales. De la figura adjunta, puede observarse que las diagonales AC y BD caen sobre la prolongación de las líneas color naranja de este transportador primitivo y que forman entonces un ángulo de* 45° *(AC con AB y BD con BA), por tanto son bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen.*

Cuadriláteros

Capítulo 8. Ejercicios Resueltos (p. 88)

(3) Construir un rombo cuyo lado mida 6 cm y tenga un ángulo agudo de 60˚. Comprobar, por medición, que las diagonales son perpendiculares, se dividen mutuamente en partes iguales y son bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen.

Hipótesis: $\overline{AB} = 6\text{ cm}$ y $\angle A = 60°$



Para construir un rombo de 6 cm *de lado, se mide un segmento AB con la longitud deseada y en sus extremos A y B se coloca el transportador para marcar los puntos A' y B' en su borde y trazar las rectas oblicuas AA' y BB' que formen un ángulo de* 60˚ *con AB. Sobre estas rectas se determinan los segmentos AD y BC de modo que tengan como longitud* 6 cm. *Finalmente, se unen los extremos C y D para formar el segmento CD y así cerrar el contorno del rombo ABCD requerido. Las diagonales AC y BD se trazan uniendo los vértices opuestos A con C y B con D.*

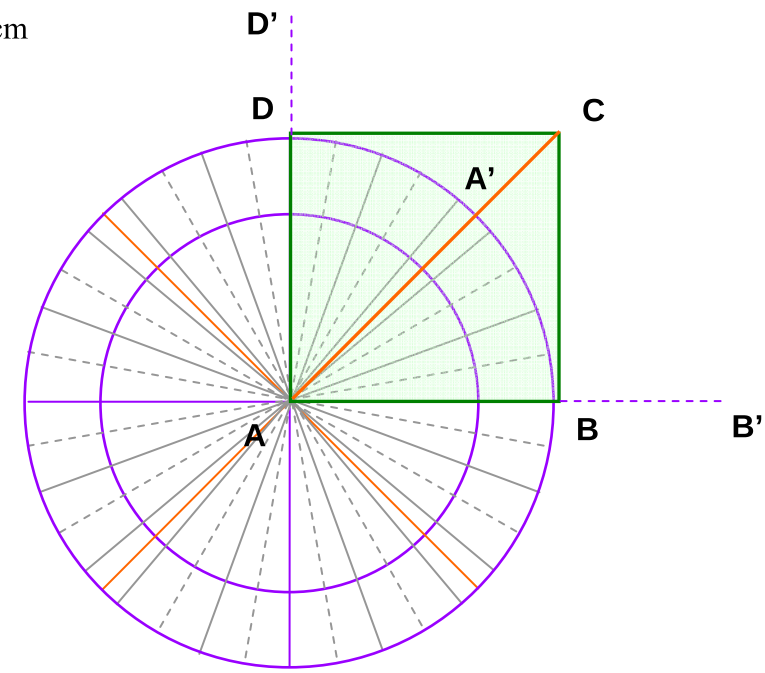
Colocando el transportador en el punto O donde se cruzan ambas diagonales, se comprueba que AC y BD son perpendiculares entre sí. Usando una regla graduada se verifica que AO = OC y BO = OD ya que sus longitudes aproximadas, son respectivamente de 5.2 cm y 3 cm, *por tanto las diagonales se dividen mutuamente en partes iguales. De la figura adjunta, puede observarse que las diagonales AC y BD caen sobre la prolongación de las líneas que forman ángulos de* 30˚ y 60˚, *respectivamente, (AC con AB y BD con BA), por tanto son bisectrices de los ángulos que valen* 60˚ y 120˚ *cuyos vértices unen (como un rombo es un tipo de paralelogramo la relación de los ángulos A y B queda justificada por la Propiedad 3 del Art. 115, pág. 86).*
.

Cuadriláteros

Capítulo 8. Ejercicios Resueltos (p. 88)

(5) Construir un cuadrado cuya diagonal mida 5 cm.

Hipótesis: $\overline{AC} = 5$ cm



Para construir un cuadrado cuya diagonal mida 5 cm*, sobre la recta horizontal AB' se coloca la base del transportador y su origen se situa en el extremo A del cual se mide un ángulo de* 45° *marcando el punto A' en su borde (por la Propiedad 5, pág. 86, las diagonales de un cuadrado son bisectrices de los ángulos cuyos vértices unen).*

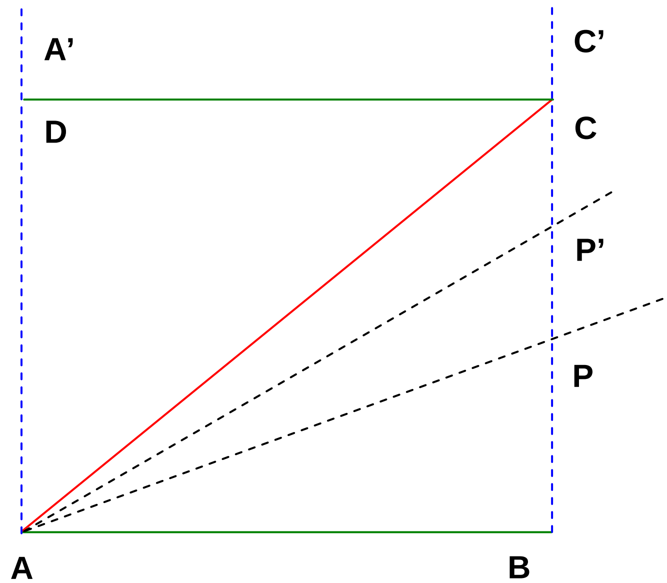
Sobre la recta oblicua AA' se traza la diagonal AC con la longitud deseada y del extremo C se baja la perpendicular CB sobre AB' determinando así el lado AB. Análogamente, del mismo extremo C se traza la perpendicular CD que corte la recta AD' para formar el lado AD y de este modo cerrar el contorno del cuadrado ABCD pedido. Usando una regla graduada se comprueba que $AB = BC = CD = DA$*, cuya longitud aproximada mide* 3.55 cm.

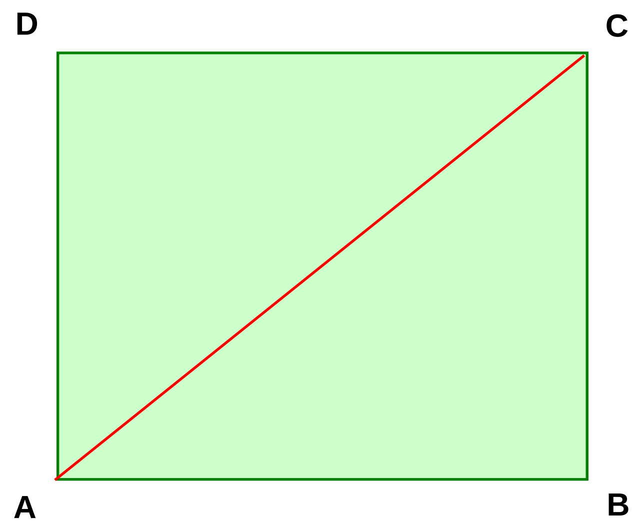
Cuadriláteros

Capítulo 8. Ejercicios Resueltos (p. 88)

(7) Construir un rectángulo que tenga un lado que mida 7 cm y una diagonal que mida 9 cm.

Hipótesis: $\overline{AC} = 9$ cm y $\overline{AB} = 7$ cm

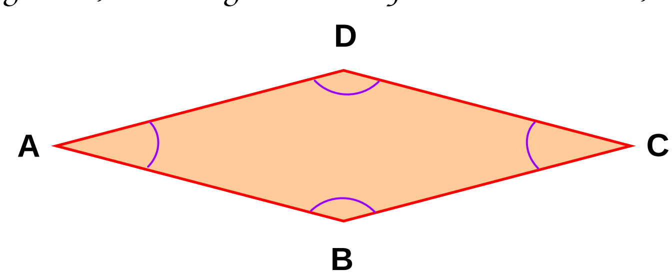




Para construir un rectángulo que tenga un lado que mida 5 cm, *sobre el segmento AB con la longitud especificada se levanta en el extremo derecho la semirecta perpendicular BC'. Después, desde el extremo izquierdo A se trazan segmentos oblicuos con la misma longitud igual a* 9 cm *que corten BC', por ejemplo, AP y AP', hasta que AP'' = AC. El punto P'' coincidirá con el vértice C para el cual la diagonal descansa justo en el extremo superior de la altura BC (con la misma longitud que antes, es decir,* 9 cm*).*

Posteriormente, por A se levanta la perpendicular AA' y por C se traza la paralela a AB que corte AA' en D formando así el lado AD. De este modo, AB = CD = 7 cm *y AC =* 9 cm. *Uniendo los segmentos AB, BC, CD y DA se limita la región del plano que forma el rectángulo ABCD pedido. Usando una regla graduada se comprueba que los lados BC y DA son iguales con una longitud aproximada de* 5.7 cm.

(9) Un ángulo de un romboide mide 36˚. ¿Cuánto mide cada uno de los otros tres? *Por definición, un romboide tiene los ángulos contiguos desiguales y como todo romboide es un paralelogramo, estos ángulos son suplementarios. Así, de acuerdo a la figura mostrada, se obtienen*



$\angle A = 36°$ (hipótesis)

$\angle B = 2R - \angle A = 180° - 36° = 144°$

$\angle C = 2R - \angle B = 180° - 144° = 36°$

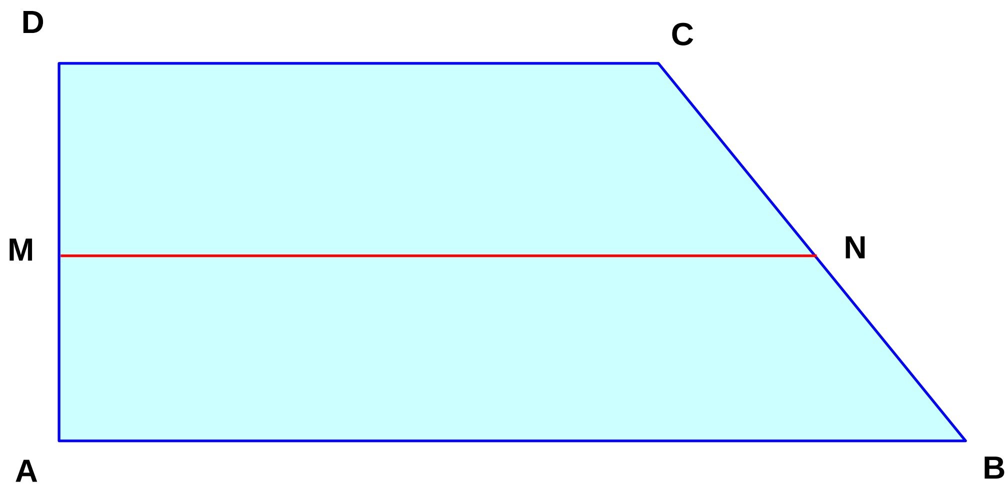
$\angle D = 2R - \angle C = 180° - 36° = 144°$

Cuadriláteros

Capítulo 8. Ejercicios Resueltos (p. 88)

(11) Construir un trapecio rectángulo que cuyas bases midan 12 cm y 8 cm y la altura 5 cm. Trazar la base media y comprobar, por medición, que su longitud es igual a la semisuma de las bases.

Hipótesis: $\overline{AB} = 12$ cm, $\overline{CD} = 8$ cm y $\overline{AD} = h = 5$ cm.

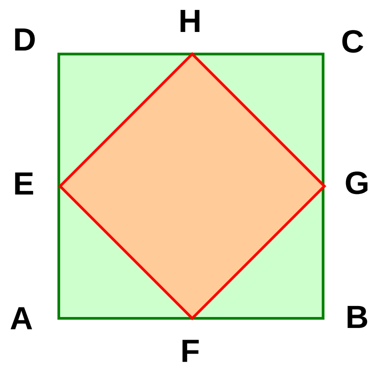


Para construir un trapecio rectángulo cuya base mayor mida 12 cm*, sobre el segmento AB con la longitud especificada se levanta en el extremo izquierdo la altura AD perpendicular a AB con longitud de* 5 cm*. Del extremo superior D se traza el segmento DC o base menor paralelo a AB con longitud igual a* 8 cm*. Finalmente, se unen los vértices C y B para formar el cuarto lado CB del trapecio. El contorno del trapecio rectángulo queda así formado por la secuencia de segmentos AB, BC, CD y DA. Del segmento AD que corresponde a la altura, el punto medio se encuentra a* 2.5 cm *de la base mayor con lo cual se determina el punto M. Trazando por M una paralela a AB o CD se obtiene la base media MN, la cual mediante una regla graduada mide* 10 cm *y se comprueba que es la semisuma o promedio de las bases (mayor y menor), es decir,*

$$\overline{MN} = \frac{\overline{AB} + \overline{CD}}{2} = \frac{12 \text{ cm } + 8 \text{ cm}}{2} = \frac{20 \text{ cm}}{2} = 10 \text{ cm}.$$

(13) Averiguar qué figura se obtiene al unir los puntos medios de los lados de un cuadrado.
Al unir los puntos medios E, F, G y H de los lados de un cuadrado se forma otro cuadrado ya que EF = FG = GH = HE y los ángulos E, F, G y H son rectos.

Nótese que el cuadrado EFGH no es un rombo pues este último no es equiángulo.

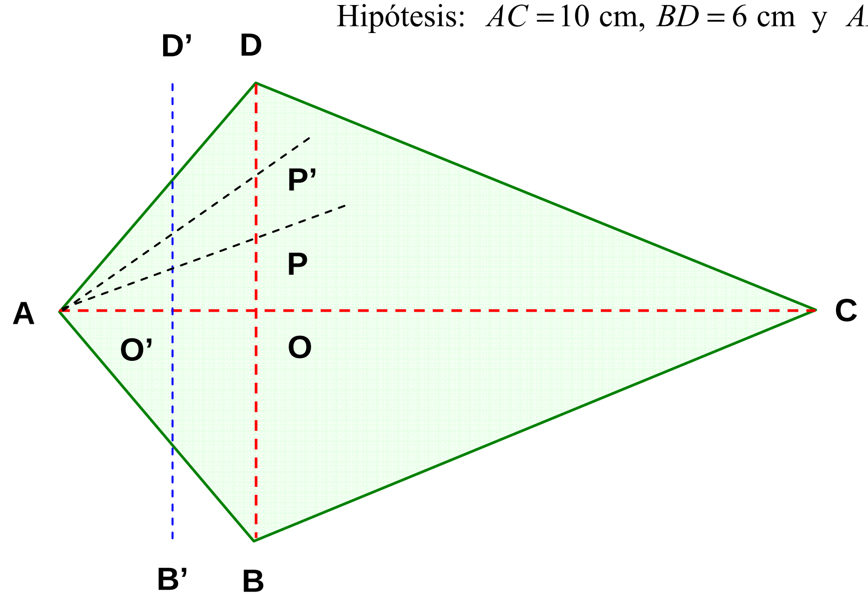


Cuadriláteros

Capítulo 8. Ejercicios Resueltos (p. 88)

(15) Construir un trapezoide simétrico cuyas diagonales midan 10 cm y 6 cm, y uno de los lados mida 4 cm.

Hipótesis: $\overline{AC} = 10$ cm, $\overline{BD} = 6$ cm y $\overline{AD} = 4$ cm.



Recuérdese que un trapezoide simétrico es aquel con dos pares de lados consecutivos iguales pero el primer par es diferente del segundo. Así, en la figura mostrada arriba, AB = AD y CB = CD pero AB ≠ CB y *AD ≠ CD. Además, sus diagonales son perpendiculares y la que une los vértices donde concurren los lados iguales es bisectriz de los ángulos y eje de simetría de la figura (si se gira fuera del plano el Δ ADC respecto al eje AC, entonces Δ ADC = Δ ABC).*

Para construir el trapezoide simétrico requerido, sobre la diagonal mayor (AC = 10 cm), *se traza la otra diagonal (BD =* 6 cm) *perpendicular a AC de modo que BO = DO =* 3 cm. *Luego, desde el extremo izquierdo A se trazan segmentos oblicuos de longitud igual a* 4 cm *(lado dado) que corten BD, por ejemplo, AP y AP', hasta que AP'' = AD. El punto P'' coincidirá con el vértice D para el cual el lado dado, digamos AD, descansa justo en el extremo superior de la diagonal menor BD (con la longitud pedida, es decir,* 4 cm*).*

Es importante mencionar que inicialmente la perpendicular a AC corresponderá al segmento B'D' = 6 cm *(igual que la diagonal menor) satisfaciendo B'O' = D'O' =* 3cm *y después de haber sido trasladado quedará como el segmento BD (posición final de la diagonal menor). Finalmente, el contorno del trapezoide simétrico queda formado al unir los puntos A con B (lado consecutivo igual al lado dado AD), y los pares de puntos B con C y D con C, los cuales forman el segundo par de lados consecutivos. Usando una regla graduada se comprueba, que CB y CD miden aproximadamente* 8 cm.