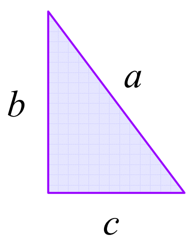
# *Relaciones métricas en los triángulos*

## Capítulo 11. Ejercicios Resueltos (pp. 125 – 127)

Si $a$ es la hipotenusa y $b$, $c$ son los catetos de un triángulo rectángulo, calcular el lado que falta:

(1) $b = 10$ cm, $c = 6$ cm (3) $a = 32$ m, $c = 12$ m (5) $a = 100$ Km, $b = 80$ Km.

*Para resolver* (1) *se emplea el Corolario 1 al Teorema de Pitágoras (pág. 121) y para resolver* (3) y (5) *se emplea el Corolario 2 al Teorema de Pitágoras (pág. 121).*




(1) $a^2 = b^2 + c^2 = 10^2 + 6^2 = 100 + 36 = 136 = (4)(34) \quad \therefore \quad a = 2\sqrt{34}$ cm

(3) $b^2 = a^2 - c^2 = 32^2 + 12^2 = 1024 - 144 = 880 = (16)(55) \quad \therefore \quad b = 4\sqrt{55}$ m

(5) $c^2 = a^2 - b^2 = 100^2 - 80^2 = 10000 - 6400 = 3600 = (36)(100) \quad \therefore \quad c = 60$ Km.

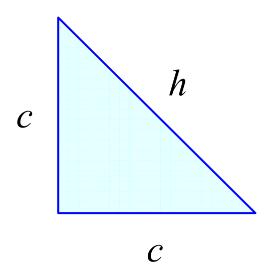
Hallar la hipotenusa ( $h$ ) de un triángulo rectángulo isósceles sabiendo que el valor del cateto es:

(7) $c = 6$ m (9) $c = 9$ cm.

*Para resolver* (7) y (9) *se emplea el Corolario 1 al Teorema de Pitágoras (pág. 121) con la hipótesis adicional de que el triángulo rectángulo es isósceles de modo que ambos catetos son iguales. Así,*

(7) $h^2 = 2c^2$ entonces $h = c\sqrt{2} \quad \therefore \quad h = 6\sqrt{2}$ m

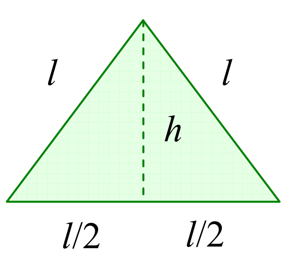
(9) $h^2 = 2c^2$ entonces $h = c\sqrt{2} \quad \therefore \quad h = 9\sqrt{2}$ cm.




Hallar la altura ( $h$ ) de un triángulo equilátero sabiendo que el lado vale:

(11) $l = 12$ cm (13) $l = 4$ cm (15) $l = 30$ m.

*Para resolver estos ejercicios se emplea el Corolario 2 al Teorema de Pitágoras (pág. 121) aplicado a cualquiera de los dos triángulos rectángulos iguales que resultan al dividir el triángulo equilátero mediante su altura. La hipotenusa tiene longitud* $l$ *y el cateto en la base mide* $l/2$. *Así,*




(11) $h^2 = l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{3l^2}{4}$ entonces $h = \frac{l}{2}\sqrt{3} \quad \therefore \quad h = 6\sqrt{3}$ cm

(13) $h^2 = l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{3l^2}{4}$ entonces $h = \frac{l}{2}\sqrt{3} \quad \therefore \quad h = 2\sqrt{3}$ cm

(15) $h^2 = l^2 - \left(\frac{l}{2}\right)^2 = \frac{3l^2}{4}$ entonces $h = \frac{l}{2}\sqrt{3} \quad \therefore \quad h = 15\sqrt{3}$ m.

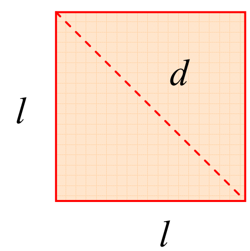
# *Relaciones métricas en los triángulos*

## Capítulo 11. Ejercicios Resueltos (pp. 125 – 127)

Hallar la diagonal ( $d$ ) de un cuadrado cuyo lado vale:

(17) $l = 5$ m (19) $l = 9$ cm.

*Para resolver estos ejercicios se emplea el Corolario 1 al Teorema de Pitágoras (pág. 121) aplicado a cualquiera de los dos triángulos iguales que son rectángulos e isósceles que se forman por la diagonal del cuadrado. Esta última corresponde a la hipotenusa que se desea encontrar y los catetos corresponden a un par de lados del cuadrado de la misma longitud l. De esta manera,*



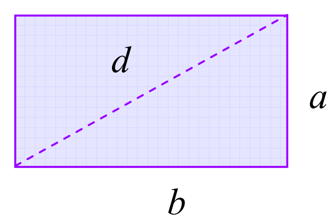

(17) $d^2 = 2l^2$ entonces $d = l\sqrt{2}$ $\therefore$ $d = 5\sqrt{2}$ m

(19) $d^2 = 2l^2$ entonces $d = l\sqrt{2}$ $\therefore$ $d = 9\sqrt{2}$ cm.

Hallar la diagonal ( $d$ ) de un rectángulo sabiendo que los lados $a$ y $b$ miden lo que se indica:

(21) $a = 2$ m, $b = 4$ m (23) $a = 5$ m, $b = 6$ m (25) $a = 10$ m, $b = 12$ m.

*Para resolver estos ejercicios se emplea el Corolario 1 al Teorema de Pitágoras (pág. 121) aplicado a cualquiera de los dos triángulos rectángulos iguales que se forman por la diagonal del rectángulo. Esta última corresponde a la hipotenusa que se desea encontrar y los catetos corresponden al par de lados dados con longitudes a y b. De este modo,*




(21) $d^2 = a^2 + b^2 = 2^2 + 4^2 = 4 + 16 = 20$ $\therefore$ $d = 2\sqrt{5}$ m

(23) $d^2 = a^2 + b^2 = 5^2 + 6^2 = 25 + 36 = 61$ $\therefore$ $d = \sqrt{61}$ m

(25) $d^2 = a^2 + b^2 = 10^2 + 12^2 = 100 + 144 = 244 = 4(61)$ $\therefore$ $d = 2\sqrt{61}$ m.

(27) Hallar los lados de un triángulo rectángulo sabiendo que son números pares consecutivos.

*Considerando que un número par positivo es de la forma 2k siendo k un entero* $> 0$*, los lados del triángulo rectángulo requerido tienen los valores* $a = 2k$, $b = a + 2$ y $c = b + 2$, *donde c es la hipotenusa. Del Teorema de Pitágoras (Teorema 39, pág. 120) resulta que*

$$a^2 + b^2 = (2k)^2 + (a+2)^2 = 4k^2 + a^2 + 4a + 4 = 4k^2 + 4k^2 + 4(2k) + 4 = 8k^2 + 8k + 4$$

$$= c^2 = (b+2)^2 = (a+2+2)^2 = (a+4)^2 = a^2 + 8a + 16 = 4k^2 + 16k + 16$$

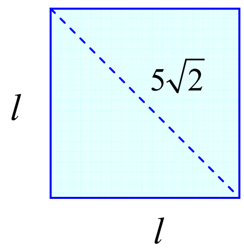
entonces, $4k^2 - 8k - 12 = 0$, equivalentemente $k^2 - 2k - 3 = 0 = (k+1)(k-3)$.

*De la ecuación cuadrática factorizada, las soluciones son* $k = -1$ *y* $k = 3$. *La primera solución se descarta por ser negativa, y la segunda es el valor buscado de k. Entonces, los lados del triángulo rectángulo valen:* $a = 2(3) = 6$, $b = a + 2 = 8$ y $c = b + 2 = 10$ .

# Relaciones métricas en los triángulos

## Capítulo 11. Ejercicios Resueltos (pp. 125 – 127)

(29) La diagonal de un cuadrado vale $5\sqrt{2}$ m. Hallar el lado del cuadrado.




$$d^2 = 2l^2 \quad \text{entonces} \quad l = \frac{\sqrt{2}d}{2} \quad \therefore \quad l = \frac{\sqrt{2}(5\sqrt{2})}{2} = 5 \text{ m.}$$

Clasificar los triángulos cuyos lados $a$, $b$ y $c$, valen:

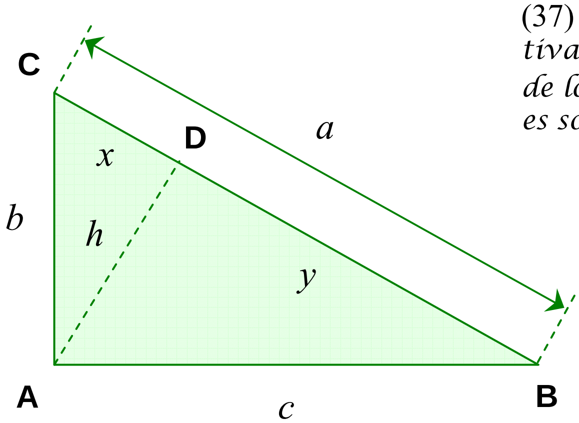
(31) $a = 5$ m, $b = 4$ m, $c = 2$ m
(33) $a = 15$ cm, $b = 20$ cm, $c = 25$ cm
(35) $a = 1$ m, $b = 2$ m, $c = 3$ m.

(31) $a^2 = 25,\quad b^2 + c^2 = 16 + 4 = 20,\quad a^2 = 25 > 20 = b^2 + c^2 \quad \therefore \quad \Delta$ es obtusángulo

(33) $c^2 = 625,\quad a^2 + b^2 = 225 + 400 = 625,\quad c^2 = 625 = 625 = a^2 + b^2 \quad \therefore \quad \Delta$ es rectángulo

(35) $c^2 = 9,\quad a^2 + b^2 = 1 + 4 = 5,\quad c^2 = 9 > 5 = a^2 + b^2 \quad \therefore \quad \Delta$ es obtusángulo

En la figura: (37) Si $a = 5$, $b = 3$, $c = 4$. Calcular $h$. (39) Si $a = 10$, $c = 8$. Calcular $y$.




(37) *Según la ecuación* (10) *del Art. 160 (pág. 125) relativa al cálculo de la altura de un triángulo en función de los lados y considerando que en este caso el lado $a$ es sobre el cual se realiza la proyección se tiene*

$$h = \overline{AD} = \frac{2}{a}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \quad \text{y} \quad p = \frac{a+b+c}{2},$$

$$\text{así,} \quad p = \frac{5+3+4}{2} = 6 \quad \text{y} \quad h = \frac{2}{5}\sqrt{6(6-5)(6-3)(6-4)}$$

$$\text{de donde,} \quad h = \frac{2\sqrt{6^2}}{5} = \frac{12}{5} = 2.4$$

(39) *De acuerdo a la segunda expresión (ángulo agudo) dada en el Art. 159 (pág. 124) que permite calcular la proyección de un lado sobre otro, el valor de $y$ queda determinado del modo siguiente (en la 3era igualdad se ha empleado el Teorema de Pitágoras correspondiente al cateto b)*

$$y = \text{Proy}_a\, c = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2a} = \frac{c^2 + a^2 - (a^2 - c^2)}{2a} = \frac{c^2}{a} = \frac{64}{10} = 6.4$$