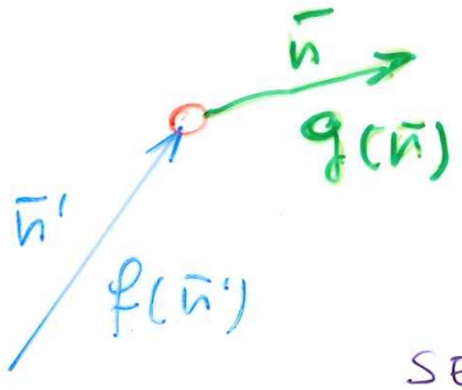
11

SCATTERING CLÁSICO:

PERDIDA TOTAL DE
INFORFACIÓN

SCATTERING CLASICO



$$g(\bar{n}) = \oint P(\bar{n}', \bar{n})\, I(\bar{n}')\, d\bar{n}'$$

SE PRETENDE ENCONTRAR LA DISTRIBUCIÓN $I(\bar{n}')$ DE PARTICULAS INCIDENTES

MIDIENDO LA DISTRIBUCIÓN $g(\bar{n})$ DE PARTÍCULAS EMERGENTES.

NATURALMENTE SE CONOCE

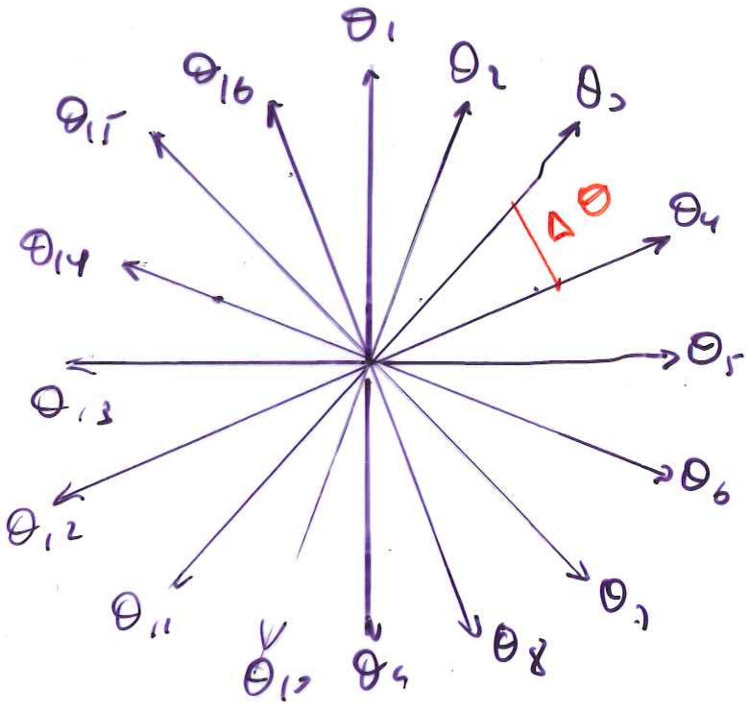
$$P(\bar{n}', \bar{n}) \qquad P(\bar{n}', \bar{n})$$

$$\downarrow$$

$$P(\theta', \theta) \qquad P(\theta', \theta)$$

PLANO

¿CÓMO TRATAR EL PROBLEMA?



UNA DISTRIBUCIÓN DISCRETA DE DIRECCIONES PARA $\bar{n}$ y $\bar{n}'$

SE ESCRIBE LA ECUACIÓN PARA CADA UNA DE ELLAS

$$g(\theta_k) = \int_0^{2\pi} P(\theta_k, \theta') \, I(\theta') \, d\theta'$$

SI SE ADMITE QUE $I(\theta')$ PUEDE SER APROXIMADAMENTE CONSTANTE EN EL INTERVALO

$$\theta'_j - \frac{\Delta\theta}{2} < \theta'_j + \frac{\Delta\theta}{2}$$

$$g(\theta_k) \simeq \sum_j P(\theta_k \, \theta'_j) \, \Delta\theta \; I(\theta'_j)$$

Luego midiendo $g(\theta_k)$

UN SISTEMA ALGEBRAICO LINEAL

PERO, SALVO CASOS EXCEPCIONALES, $P(\bar{u}, \bar{u}') \equiv P(\theta, \theta')$ TENDRÁ MUCHAS SIMETRÍAS

EN OTROS TERMINOS, MUCHAS DE LAS ECUACIONES ANTERIORES (Una para cada k) SERAN IGUALES A ALGUNA OTRA, O COMBINACIONES LINEALES DE LAS OTRAS

E, INCLUSO, AUNQUE FISICAMENTE NO LO SEAN, PUEDEN SERLO EN LA PRACTICA NUMÉRICA

NOS ENCONTRAREMOS EN UNA SITUACIÓN DE GRAN INESTABILIDAD (Incluso en este problema simple y facil de tratar)

O TODO LO CONTRARIO DE UNA GRAN SIMPLICIDAD

PERO,.. ¿CÓMO SABERLO?

INFORMACIÓN A PRIORI
(Comentario general)

SI SABEMOS QUE EL PROBLEMA, AQUÍ $P(\bar{n}, \bar{n}^0)$, TIENE CIERTAS SIMETRIAS, NO SÓLO DEBEMOS TENERLAS EN CUENTA, PARA NO PLANTEAR MAS ECUACIONES QUE LAS NECESARIAS.

ESTAS SIMETRIAS DEBEN TENER, EVIDENTEMENTE EFECTOS SOBRE LOS RESULTADOS. AQUÍ, POR EJEMPLO TENDRÍA QUE SER

$$g(\bar{n}_k) = g(\bar{n}_{k'})$$

PARA CIERTAS DIRECCIONES $\bar{n}_k$ y $\bar{n}_{k'}$ *

A VECES ESTO NO SE MIDE CLARAMENTE Y SE TRATA EL PROBLEMA COMO SI TALES FUNCIONES **MEDIDAS** NO FUERAN IGUALES

LA CONCLUSIÓN ES FACIL DE IMAGINAR.

* O UNA $g(\bar{n}_k)$ combinación lineal de varias otras.

EJEMPLO 1 ISOTROPÍA

$$P(\theta', \theta) = \frac{1}{4\pi}$$ INDEPENDIENTE DE θ' Y θ

REPARTO IGUAL SOBRE TODAS DIRECCIONES θ SEA CUAL SEA LA DIRECCIÓN DE INCIDENCIA θ'

$$g(\theta) = \frac{1}{4\pi} \int_{0}^{2\pi} I(\theta') \, d\theta'$$

SE ENCUENTRA EL MISMO VALOR PARA TODAS LAS DIRECCIONES θ_k : PRECISAMENTE EL **VALOR MEDIO** DE TODAS LAS FUNCIONES INCIDENTES $I(\theta')$

SÍ PLANTEAMOS EL SÍSTEMA

$$g(\theta_k) = \sum_j P(\theta'_j, \theta_k) \, \Delta\theta \; I(\theta'_j)$$

TODAS LAS ECUACIONES SON LA MISMA

SI HAY ALGUNA DIFERENCIA EN LOS DATOS $g(\theta_k)$

INESTABILIDAD

COMO SIEMPRE HABRÁ ERRORES DE REDONDEO Y DE POSICIÓN NUMÉRICA

SIEMPRE **INESTABILIDAD**

SIENDO CONSCIENTES DE LA ESENCIA FÍSICA DEL PROBLEMA

TOMARÍAMOS DIRECTAMENTE EL VALOR MEDIO DE LOS DATOS $g(\theta_k)$

Y UNA SOLA ECUACION

$$\langle g(\theta_k)\rangle = \frac{1}{4\pi}\int_0^{2\pi} I(\theta')\, d\theta' = \langle I(\theta')\rangle$$

LAS DIFERENTES $g(\theta_k)$ DEBEN SER PRACTI_CAMENTE IGUALES.

LAS DIFERENTES $I(\theta')$ PODRÍAN SER MUY DIFERENTES

NUNCA LO SABREMOS

PERDIDA DE INFORMACION

DEBIDA A LA ESTRUCTURA FÍSICA:

SIMETRÍAS DEL NUCLEO (OPERADOR)

EJEMPLO 2

SCATTERING RAYLEIGH

$$P(\bar{n}', \bar{n}) = \frac{3}{16}\frac{1}{\pi}\left[1 + \cos^2(\bar{n}', \bar{n})\right]$$

$$P(\theta', \theta) = \frac{3}{16}\frac{1}{\pi}\left[1 + \cos^2(\theta' - \theta)\right]$$

NO ES TAN SIMETRICO COMO EN EL EJEMPLO ANTERIOR.

PERO AUN ASÍ CONSERVA MUCHAS SIMETRIAS.

DESARROLLANDO

$$1 + \cos^2(\theta' - \theta) =$$

$$= \frac{3}{2} + \frac{1}{2}\cos 2\theta' \cos 2\theta + \frac{1}{2}\operatorname{sen} 2\theta' \operatorname{sen} 2\theta$$

EN EL PRIMER MIEMBRO, SE VE CLARAMENTE QUE ES UN NUCLEO DE CONVOLUCIÓN

EN EL SEGUNDO MIEMBRO NO ES TAN EVIDENTE.

LUEGO EN

$$g(\theta) = \int_0^{2\pi} P(\theta', \theta)\, I(\theta')\, d\theta'$$

SERÁ

$$g(\theta) = \frac{3}{16}\frac{1}{\pi}\left\{\frac{3}{2}\int_0^{2\pi} I(\theta')\,d\theta'\right.$$

$$+\frac{1}{2}\cos 2\theta \int_0^{2\pi} I(\theta')\cos 2\theta'\,d\theta'$$

$$+\frac{1}{2}\operatorname{sen} 2\theta \int_0^{2\pi} I(\theta')\operatorname{sen} 2\theta'\,d\theta'$$

LA DEPENDENCIA DE LA FUNCIÓN $g(\theta)$ CON θ NO PUEDE SER MÁS QUE LA ANTERIOR.

SI PLANTEAMOS NUMÉRICAMENTE EL SISTEMA

$$g(\theta_k) = \sum_j P(\theta'_j, \theta_k)\,\Delta\theta\; I(\theta'_j)$$

Y LOS DATOS $g(\theta_k)$ NO RESPONDEN A LA RELACIÓN ANTERIOR:

INESTABILIDAD

COMO SEA CUAL SEA LA DEPENDENCIA DE $I(\theta')$ CON θ', LA DEPENDENCIA DE $g(\theta)$ CON θ NO PUEDE SER MÁS QUE LA ANTERIOR, HAY UNA PÉRDIDA EVIDENTE DE INFORMACIÓN COMO CONSECUENCIA DE LAS SIMETRÍAS DEL SISTEMA.

MAS VALE ESTUDIAR BIEN EL PROBLEMA Y PLANTEAR SOLAMENTE **3** ECUACIONES, PARA OBTENER LAS 3 INCOGNITAS

$$\int_0^{2\pi} I(\theta')\, d\theta', \quad \int_0^{2\pi} I(\theta') \cos 2\theta'\, d\theta', \quad \int_0^{2\pi} I(\theta') \operatorname{sen} 2\theta'\, d\theta'$$

QUE ES LO ÚNICO QUE PODEMOS DETERMINAR EN EL **P.I.**

PERO COMO

1	$\cos 2\theta$	$\operatorname{sen} 2\theta$
1	$\cos 2\theta'$	$\operatorname{sen} 2\theta'$

SON FUNCIONES ORTOGONALES FOURIER, SERÁ

$$\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} g(\theta)\, d\theta = \frac{3}{16}\,\frac{1}{\pi}\,\frac{3}{2}\int_0^{2\pi} I(\theta')\, d\theta'$$

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} g(\theta)\cos 2\theta\, d\theta = \frac{3}{16}\,\frac{1}{\pi}\,\frac{1}{2}\int_0^{2\pi} I(\theta')\cos 2\theta'\, d\theta'$$

$$\frac{1}{\pi}\int_0^{2\pi} g(\theta)\cos 2\theta\, d\theta = \frac{3}{16}\,\frac{1}{\pi}\,\frac{1}{2}\int_0^{2\pi} I(\theta')\operatorname{sen} 2\theta'\, d\theta'$$

SON LAS **3** UNICAS ECUACIONES INDEPENDIENTES CON LAS QUE PODEMOS REPRESENTAR NUMERICAMENTE EL PROBLEMA

3 MOMENTOS DE FOURIER DE LOS DATOS $g(s)$ PARA CALCULAR LOS 3 MOMENTOS DE FOURIER DE LA INCOGNITA $I(\theta')$

ES LO UNICO QUE PODEMOS DETERMINAR

EN REALIDAD SE TRATA DE INVERSION EN TÉRMINOS DE FOURIER DE UN PROBLEMA EN EL QUE EXISTEN MUCHAS SIMETRIAS.

ES POSIBLE PORQUE SE TRATA DE UN NUCLEO DE CONVOLUCIÓN.

ES DECIR, TODA LA INFORMACIÓN
TEÓRICA QUE SE TENGA SOBRE
EL PROBLEMA Y QUE PUEDA AFECTAR
A LOS VALORES DE LOS DATOS $g(\vec{n})$
HAY QUE TENERLA EN CUENTA
EN EL PROCESO DE SU MEDIDA,
O, AL MENOS, A LA HORA DE SU
INTERPRETACIÓN, ANTES DE
INTRODUCIR SUS VALORES $g(\theta_K)$
EN CADA ECUACIÓN.

EL USO DE TODA LA INFORMACIÓN
QUE SE PUEDA TENER A PRIORI
SOBRE LA ESTRUCTURA DE LOS
DATOS, ES MUY IMPORTANTE, EN
EL PROBLEMA INVERSO

REGLA DE ORO.

PARA NO PEDIR MAS DE LO
QUE SE PUEDE Y NO ARRIESGARSE
A ENCONTRAR LO QUE NO SE
QUIERE.

LIGERAS, MUY LIGERAS

SEPARACIONES DE $g(\bar{n})$ CON RESPECTO AL COMPORTAMIENTO QUE DEBE TENER, DE ACUERDO CON EL NUCLEO

$$P(\bar{n}'; \bar{n})$$

PUEDEN AFECTAR DE UNA MANERA CATASTRÓFICA A LA DETERMINACIÓN DE $I(\bar{n}')$

SE TRATA DE UN PROBLEMA DE

INCOMPATIBILIDAD

NO SE PUEDEN CONSIDERAR COMO ERRORES SI NO SON COMPATIBLES CON LA FISICA-MATEMATICA DEL PROBLEMA

ESTO ES MUY IMPORTANTE

EL QUE BUSCA

LO QUE NO DEBE

ENCUENTRA

LO QUE NO QUIERE

FILTRAR (*) $g(\bar{n})$

DE ACUERDO CON

LA NATURALEZA DEL

PROBLEMA

(*) ADAPTAR, REPRESENTAR

SERÁ FUNDAMENTAL

- EXPRESAR LOS DATOS ..
- DESCRIBIR LOS DATOS ...
- PREPARAR LOS DATOS.....

$g(\theta)$ EN LA FORMA

$$g(\theta) = \sum_{J=1}^{N} \beta_J \, \chi_J(\theta)$$

LOS DATOS DEBEN SER LOS

$$\beta_J$$

SI QUEREMOS HACER ALGO CORRECTO

$\chi_J(\theta)$ CONJUNTO DE FUNCIONES QUE PUEDAN DESCRIBIR DE LA FORMA LA MEJOR POSIBLE EL COMPORTAMIETO CON θ DEL OPERADOR

$$\oint_0^{2\pi} P(\theta', \theta) \ldots\ldots d\theta'$$

LO IDEAL ES QUE ESAS FUNCIONES $\chi(\theta)$ FUERAN LAS FUNCIONES PROPIAS DE ESE OPERADOR:

$$\int_0^{2\pi} P(\theta', \theta)\, \phi_J(\theta')\, d\theta' = \lambda_J\, \phi_J(\theta)$$

ELLAS RESPONDEN A TODOS LOS ELEMENTOS DE SIMETRÍA DE $P(\theta', \theta)$.

CON LO CUAL EL DESARROLLO

$$g(\theta) = \sum_{J=1}^{N} \beta_J\, \phi_J(\theta)$$

NO TENDRÁ MÁS INFORMACIÓN QUE LA **COMPATIBLE** CON EL PROBLEMA.

ADEMÁS SERÁ FÁCIL DE INVERTIR: DESCRIBIENDO $I(\theta')$ POR EL DESARROLLO

$$I(\theta') = \sum_{J=1}^{N} \alpha_J\, \phi_J(\theta')$$

ES DECIR CON LOS COEFICIENTES α_J QUE DEBEREMOS CALCULAR.

EVIDENTEMENTE

$$\alpha_J = \frac{\beta_J}{\lambda_J}$$

TAL SOLUCIÓN MANTIENE (como no podría ser de otra manera) EL CARACTER DE INESTABILIDAD DE LOS P.I. INVERSION DE TRANSFORMADAS INTEGRALES DE FREDHOLM.

Si $\lambda_j \to 0$

PUEDE HABER PROBLEMAS.

PERO ES EL MÉTODO OPTIMO

PORQUE LA FORMA DE LAS PROPIAS FUNCIONES PROPIAS ASEGURA EL MEJOR DESARROLLO DE $g(\theta)$

EL QUE MENOS TERMINOS NECESITA PARA UNA DESCRIPCIÓN CORRECTA (NATURALMENTE DENTRO DE UN ALGORITMO QUE PERMITA LA INVERSIÓN)

ESTE PROCEDIMIENTO EQUIVALE A ADMITIR QUE

$$P(\theta', \theta') \simeq \sum_{j=1}^{N} \lambda_j \, \phi_j(\theta') \, \phi_j(\theta)$$

SI LAS FUNCIONES PROPIAS ESTABAN ORTONORMALIZADAS

PERO, AUNQUE EN MUCHOS CASOS FÍSICOS SEA POSIBLE ENCONTRAR ESTAS FUNCIONES PROPIAS (COMO VEREMOS LUEGO)

ES LICITO PLANTEARSE COMO TRABAJAR CUANDO $P(\Theta', \Theta)$ SEA TAL QUE NO PODAMOS OBTENER LAS FUNCIONES PROPIAS DEL OPERADOR CORRESPONDIENTE.

LO MÁS LÓGICO ENTONCES ES DESARROLLAR $g(\Theta)$ EN FUNCIONES QUE PUEDAN DESCRIBIR LA ANISOTROPÍA DE UNA FUNCIÓN CUALQUIERA

- DESDE LA ISOTROPÍA TOTAL
- HASTA LA MAS GRANDE ANISOTROPÍA: $g(\Theta)$ SOLO TIENE VALOR SEGÚN UNA DIRECCIÓN Θ_0 Y ES NULA EN LAS OTRAS.

ESTE ES PRECISAMENTE EL DESARROLLO EN SERIE DE FOURIER

$$g(\Psi) = \frac{\beta_0}{2} + \sum_{J=1}^{\infty} \left[\beta_J^c \cos J\Theta + \beta_J^s \operatorname{sen} J\Theta \right]$$

$$g(\theta) = \frac{\beta_0^c}{2} + \sum_{J=1}^{\infty} \left[\beta_J^c \cos J\theta + \beta_J^s \operatorname{sen} J\theta \right]$$

LAS MEDIDAS NOS PROPORCIONARAN LOS COEFICIENTES

$$\beta_J^c \quad J = 0, 1, 2 \ldots N$$

$$\beta_J^s \quad J = 1, 2 \ldots N$$

HASTA UN GRADO DE APROXIMACION N

PERO (FOURIER)

$$\beta_J^c = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g(\theta) \cos J\theta \, d\theta$$

$$\beta_J^s = \frac{1}{\pi} \int_{-\pi}^{\pi} g(\theta) \operatorname{sen} J\theta \, d\theta$$

SON FACILES DE CALCULAR Y REPRESENTAN FISICA Y MATEMATICAMENTE EL GRADO DE ANISOTROPIA DE CUALQUIER FUNCIÓN EN EL PLANO.

PROPONEMOS PARA $I(\theta')$ UN DESARRO SIMILAR

TENDRÁ LA MISMA JUSTIFICACIÓN ANTERIOR

$$I(\theta') = \frac{1}{2}\alpha_0 + \sum_{K=1}^{N}\left[\alpha_K^c \cos J\theta' + \alpha_K^s \operatorname{sen} J\theta'\right]$$

TENDREMOS QUE DETERMINAR LOS VALORES DE α_0, α_K^c α_K^s $K=1,2 \ldots N$

A PARTIR DE LOS VALORES CONOCIDOS DE β_0, β_J^c, β_J^s $J=1,2 \ldots N$

TENIENDO EN CUENTA QUE

$$g(\theta) = \int_0^{2\pi} P(\theta',\theta)\, I(\theta')\, d\theta'$$

SUSTITUYENDO LA EXPRESIÓN ANTERIOR DE $I(\theta')$

$$g(\theta) = \frac{1}{2}\alpha_0^c \int_0^{2\pi} P(\theta',\theta)\, d\theta'$$

$$+ \sum_{K=1}^{N} \alpha_K^c \int_0^{2\pi} P(\theta',\theta) \cos K\theta'\, d\theta'$$

$$+ \sum_{K=1} \alpha_K^s \int_0^{2\pi} P(\theta',\theta) \operatorname{sen} K\theta'\, d\theta'$$

$$= \frac{1}{2}\alpha_0^c\, Q_0^c(\theta) + \sum_{K=1}^{N}\left[\alpha_K^c\, Q_K^c(\theta) + \alpha_K^s\, Q_K^s(\theta)\right]$$

LAS FUNCIONES

$Q_0^c(\theta)$. $Q_k^c(\theta)$ $Q_k^s(\theta)$ $k=1,2 \ldots N$

SON LOS COEFICIENTES DEL DESARROLLO DE FOURIER DE

$$P(\theta',\theta) = \frac{1}{2} Q_0^c(\theta) + \sum_{k=1}^{N} \left[Q_k^c(\theta) \cos k\theta' + Q_k^s(\theta) \operatorname{sen} k\theta' \right]$$

SON FACILES DE OBTENER

DESARROLLAMOS CADA UNA EN FOURIER

$$Q_0^c(\theta) = \frac{1}{2} q_{00}^{cc} + \sum_{J=1}^{N} \left[q_{J0}^{cc} \cos J\theta + q_{J0}^{cs} \operatorname{sen} J\theta \right]$$

$$Q_k^c(\theta) = \frac{1}{2} q_{0k}^{cc} + \sum_{J=1}^{N} \left[q_{Jk}^{cc} \cos J\theta + q_{Jk}^{cs} \operatorname{sen} J\theta \right]$$

$$Q_k^s(\theta) = \frac{1}{2} q_{0k}^{sc} + \sum_{J=1}^{N} \left[q_{Jk}^{sc} \cos J\theta + q_{Jk}^{ss} \operatorname{sen} J\theta \right]$$

CUYOS COEFICIENTES SON FACILES DE OBTENER

IDENTIFICANDO SERÁ

$$\beta_0^c = \frac{1}{2} q_{00}^{cc} \alpha_0^c + \sum_{k=1}^{N} \left[q_{0k}^{cc} \alpha_k^c + q_{0k}^{sc} \alpha_k^s \right]$$

$$\beta_J^c = q_{J0}^{cc} \alpha_0^c + \sum_{k=1}^{N} \left[q_{Jk}^{cc} \alpha_k^c + q_{Jk}^{sc} \alpha_k^s \right]$$

$$\beta_J^s = q_{J0}^{sc} \alpha_0^c + \sum_{k=1}^{N} \left[q_{Jk}^{sc} \alpha_k^c + q_{Jk}^{ss} \alpha_k^s \right]$$

SE TRATA DE UN SISTEMA CON

2N+1 DATOS β_0^c β_j^c, β_j^S $j=1,2 - N$

2N+1 ECUACIONES

PARA LAS 2N+1 INCOGNITAS

α_0^c α_k^c, α_k^S $k=1,2 -- N$

QUE PROPORCIONAN LA SOLUCION

$I(\theta')$ DEL PROBLEMA INVERSO

EL NUCLEO $P(\theta', \theta)$

SE HA DESCOMPUESTO EN UNA DOBLE SERIE DE FOURIER

Y SE HA ESTABLECIDO UNA SISTEMA ALGEBRAICO DE DIMENSION 2N+1 ENTRE LOS DATOS β Y LAS INCOGNITAS α

GENERALMENTE LAS FUNCIONES

$Q_0^c(\theta)$ $Q_k^c(\theta)$ $Q_k^S(\theta)$

NO TIENEN COMPONENTES DE FOURIER

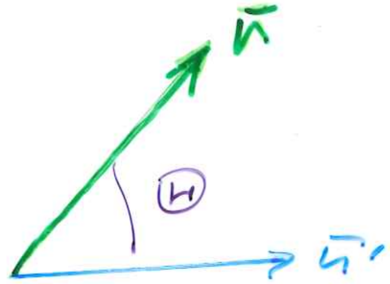
$\cos j\theta$, $\sin j\theta$ PARA $j < k$

CON LO CUAL GENERALMENTE EL SISTEMA SUELE SER **TRIANGULAR** FACIL DE INVERTIR

TEORÍA

DE ACUERDO CON EXPERIENCIAS COMO LA ANTERIOR Y CON MUCHOS RESULTADOS TEÓRICOS Y, SALVO EN CASOS DONDE EL SCATTERING SE VE INFLUIDO POR CAMPOS EXTERIORES "POLARIZACIÓN"

GENERALMENTE



$$P(\theta, \theta')$$

DEPENDE SÓLO DEL ANGULO Θ QUE FORMAN LAS DIRECCIONES $\bar{n}$ y $\bar{n}'$

$$P(\theta, \theta') = P(\cos\Theta) = P(\cos(\theta-\theta'))$$
$$= P(\cos(\theta'-\theta))$$

ASÍ, EN ESTE TIPO DE PROBLEMAS (Y EN MUCHOS OTROS) HABRÁ MUCHAS SIMETRÍAS

$$P(-\bar{n}, -\bar{n}') = P(\bar{n}, \bar{n}')$$

$$P(\bar{n}, 2\pi-\bar{n}') = P(\bar{n}, \bar{n}')$$

$$P(2\pi-\bar{n}, \bar{n}') = P(\bar{n}, \bar{n}')$$

$$P(2\pi-\bar{n}, 2\pi-\bar{n}') = P(\bar{n}, \bar{n}')$$

CONCLUSIÓN: INESTABILIDADES SI LO PLANTEAMOS MAL

CASO ISÓTROPO

$$P(\vec{u}, \vec{u}') \equiv P(\theta, \theta') = \frac{1}{4\pi}$$

$$g(\theta) = \int_0^{2\pi} \frac{1}{4\pi} f(\theta') \, d\theta' = \bar{f}$$

SEA, CUAL SEA $f(\theta')$ SÓLO PODRÉ MEDIR SU VALOR MEDIO $\bar{f}$

CUALQUIER SEPARACIÓN A LA ISOTROPIA EN $g(\theta)$

ES ABSURDA

Y SI APARECEN EN LOS DATOS...

EN OTROS TERMINOS, SI LAS DIFUSIONES SON ISÓTROPAS

NO SE PUEDE DETERMINAR (EN ESTE PROB. INVERSO)

$f(\theta)$

SÓLO SU VALOR MEDIO

$$P(\bar{u}, \bar{u}') = P(\theta, \theta') = \delta(\theta - \theta')$$

COMO SI NO HUBIERA DIFUSIÓN

$$g(\theta) = f(\theta' = \theta)$$

Y RECIPROCAMENTE PARA
EL PROBLEMA INVERSO

CASOS INTERMEDIOS

$$P(\bar{n}, \bar{n}') \equiv P(\theta, \theta') = P(\cos\Theta) \equiv P(\bar{\mu})$$

$$\bar{\mu} \equiv \cos\Theta = \cos(\theta - \theta') = \cos(\theta' - \theta)$$

$$P(\bar{\mu}) = \sum_{k=0}^{N} a_k \, T_k(\bar{\mu})$$

TCHEBICHEFF

N orden de APROXIMACION

$N = 0$ CASO ISÓTROPO

$$T_k(\bar{\mu}) = \cos k\Theta = \cos k(\theta - \theta')$$

$$= \cos k\theta \cos k\theta' + \operatorname{sen} k\theta \operatorname{sen} k\theta'$$

ENTONCES

$$g(\theta) = \sum_{k=0}^{N} a_k \left\{ \cos k\theta \int_0^{2\pi} \cos k\theta' \, f(\theta') \, d\theta' + \operatorname{sen} k\theta \int_0^{2\pi} \operatorname{sen} k\theta' \, f(\theta') \, d\theta' \right\}$$

LAS INTEGRALES SON LOS COEFICIENTES DEL DESARROLLO DE $f(\theta')$ EN SERIE DE FOURIER:

$$f(\theta') = \sum_{k=1}^{\infty} \left[h_k^c \cos k\theta' + h_k^s \operatorname{sen} k\theta' \right]$$

LUEGO

$$g(\theta) = \sum_{k=1}^{N} a_k \left[h_k^c \cos k\theta' + h_k^s \operatorname{sen} k\theta' \right]$$

RECIPROCAMENTE
SI DISPONEMOS DATOS

$$g(\theta) = \sum_{k=0}^{M} \left[g_k^c \cos k\theta + g_k^s \operatorname{sen} k\theta \right]$$

SERA

$$h_k^c = g_k^c / a_k \qquad h_k^s = g_k^s / a_k$$

CON LO CUAL SE HA RESUELTO
EL PROBLEMA INVERSO

PERO

SI $M > N$

ES DECIR SI EN EL
DESARROLLO DE LOS DATOS $g(\theta)$
TENGO FRECUENCIAS MAS
ALTAS QUE LAS QUE PUEDE
TRANSMITIR EL NUCLEO

QUE ME EXPLIQUEN A MI
DE DONDE SALEN.

ERRORES ABSURDOS

SI $k > N$ $a_k = 0$ DIVISION POR 0

DE ESTA FORMA HEMOS VISTO:

- COMO EL NUCLEO LIMITA LA INFORMACIÓN QUE PUEDEN TENER LOS DATOS

- COMO SE PUEDE HACER LA INVERSIÓN DE UNA MANERA FACIL, ELEGANTE Y SEGÚN LA PROPIA NATURALEZA DEL PROBLEMA

OJO, NO SIEMPRE SE PUEDE

EL ORIGEN DE MUCHOS PROBLEMAS: INESTABILIDADES, QUE APARECEN EN EL TRATAMIENTO NUMÉRICO DE UN PROBLEMA INVERSO SE DEBEN A QUE NO SE TOMAN EN CUENTA LAS PRECAUCIONES ANTERIORES.

A VECES NO SE PUEDE, PERO HAY QUE SER CONSCIENTE DE ELLO.

PERDIDA ABSOLUTA DE
INFORMACIÓN DEBIDO
A LAS SIMETRÍAS PROPIAS
DEL NUCLEO

SÍ MEDIMOS EN $g(\gamma)$
ALGO QUE EL NUCLEO
NO HA PODIDO TRANSMITIR

$\Rightarrow$ CATASTROFE EN LA
INVERSIÓN