6

PROBLEMAS INVERSOS EN ASTRONOMÍA

CONVOLUCIÓN EN LA
DETECCIÓN

CONVOLUCIÓN EN EL DETECTOR

$$g(y) = \int K(y,x)\, f(x)\, dx$$

$f(x)$ SEÑAL A LA ENTRADA DEL DETECTOR

$K(y,x)$ FUNCION APARATO

$g(y)$ SEÑAL REGISTRADA

$K(y,x)$ GENERALMENTE UNA FUNCIÓN MAS O MENOS ESTRECHA DE $|y-x|$

PERDIDA DE INFORMACIÓN
RECONSTITUCIÓN - RESOLUCION

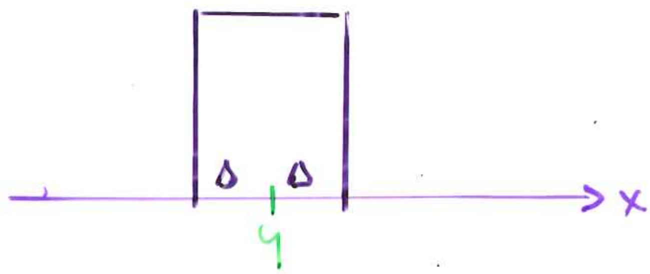
EL DETECTOR REGISTRA EN CADA MEDIDA $y \rightarrow g(y)$ TODA LA SEÑAL $f(x)$ QUE LLEGA EN UNA BANDA $(y-x)$, ALREDEDOR DE y

$$g(y) = \int_A^B K(|y-x|)\, f(x)\, dx$$

$$K(|y-x|) \propto e^{-\left(\frac{y-x}{\lambda}\right)^2}$$

$$K(|y-x|) \propto e^{-\frac{|y-x|}{\lambda}}$$

$K(|y-x|)$



$g(y)$ ES UN "VALOR MEDIO" DE $f(x)$ ALREDEDOR DE $x = y$

EN CIERTO MODO EXISTE UNA PERDIDA DE INFORMACIÓN

$g(y)$ ES UN VALOR MEDIO DE $f(x)$ DIFERENTE PARA CADA y

PARA CADA y DADO, EN $g(y)$ INTERVIENEN TODOS LOS VALORES DE x QUE COLABORAN APRECIABLEMENTE EN LA INTEGRAL

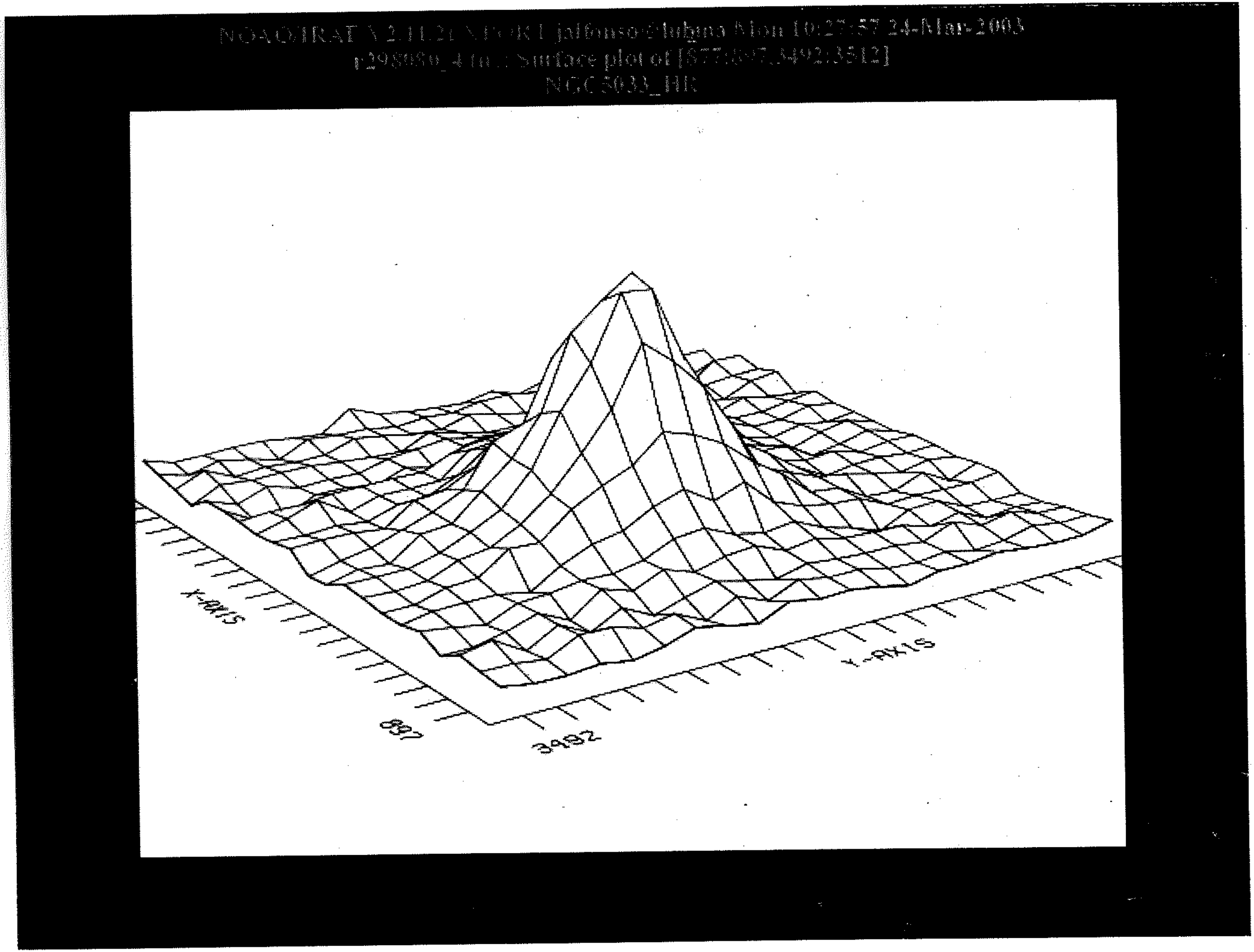
¿COMO DIFERENCIAR, Y POR LO TANTO, COMO RESTAURAR, LOS DIFERENTES VALORES DE $f(x)$ QUE INTERVIENEN EN CADA INTEGRAL?

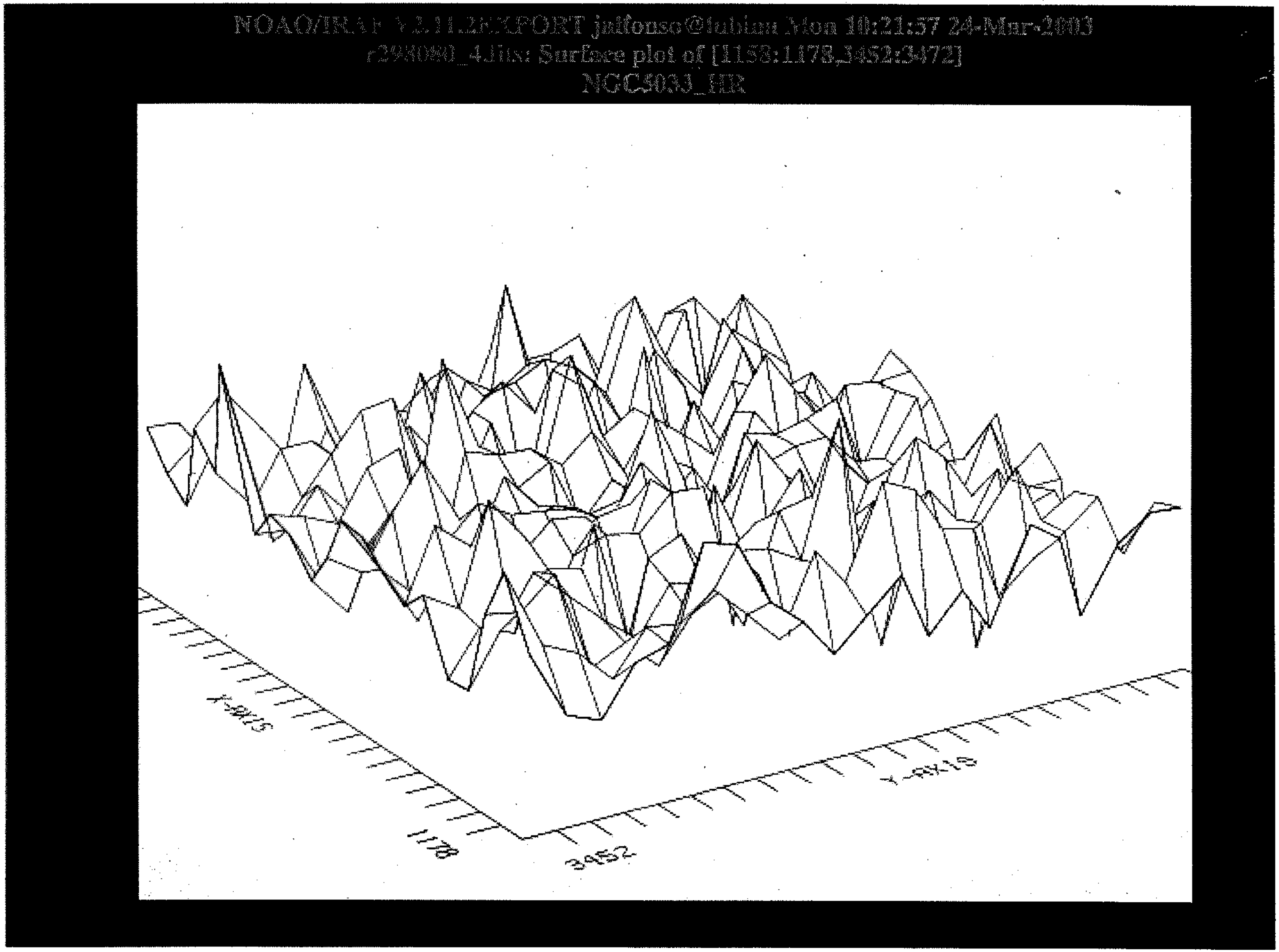
DESPLAZANDO $K(y,x)$. ES DECIR DANDO DIFERENTES VALORES DE y

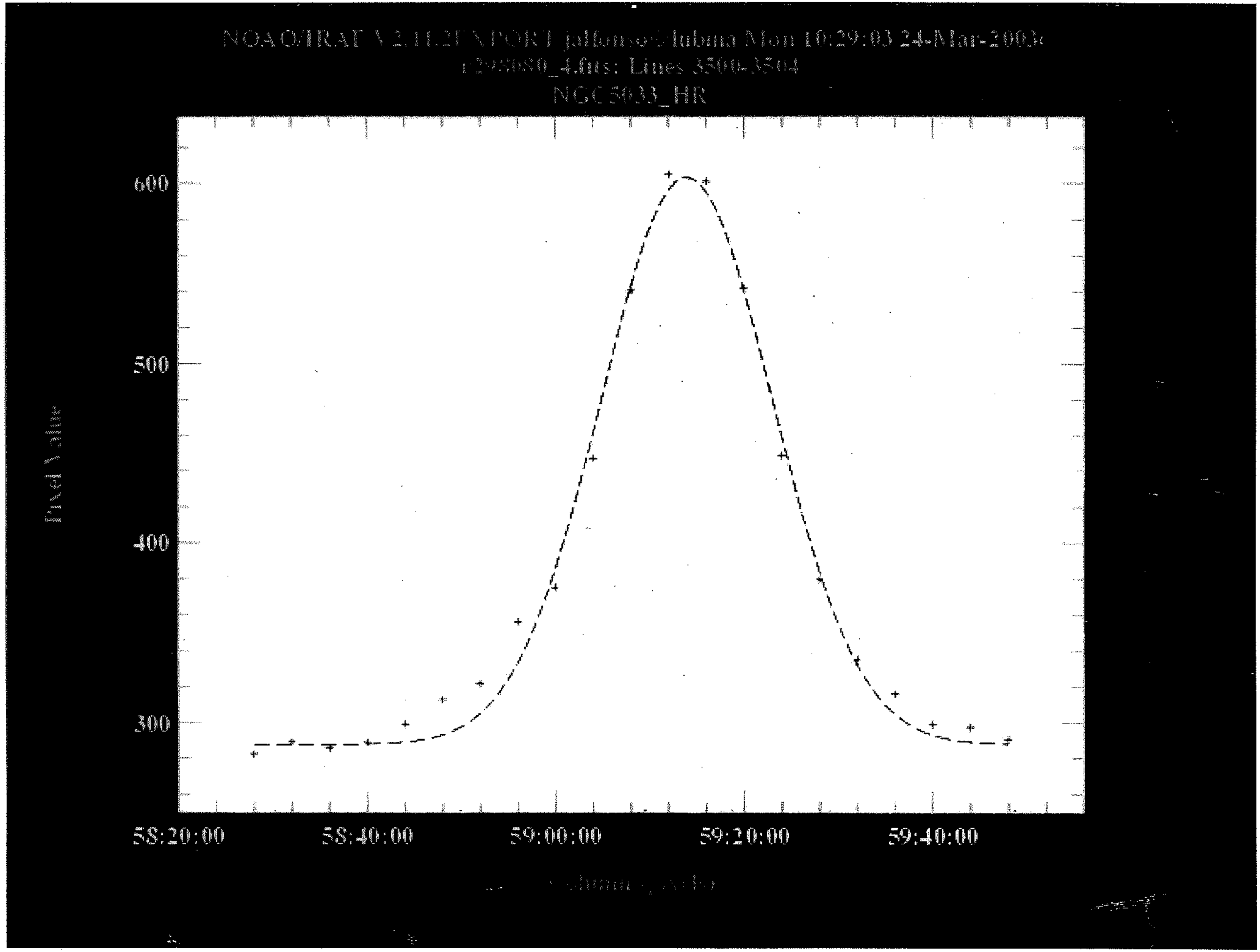
VEREMOS DESPUÉS COMO TIENEN QUE SER ESTAS MEDIDAS: VALORES DE y, PARA OBTENER CONCLUSIONES ACEPTABLES PARA $f(x)$

PROBLEMAS EN LA RECEPCIÓN

CONVOLUCIÓN CON LA ATMOSFERA


Mon 10:27:57 24-Mar-2003
Surface plot of [877:897,3492:3512]
NGC 5033_HR
X-AXIS
Y-AXIS
887
3492

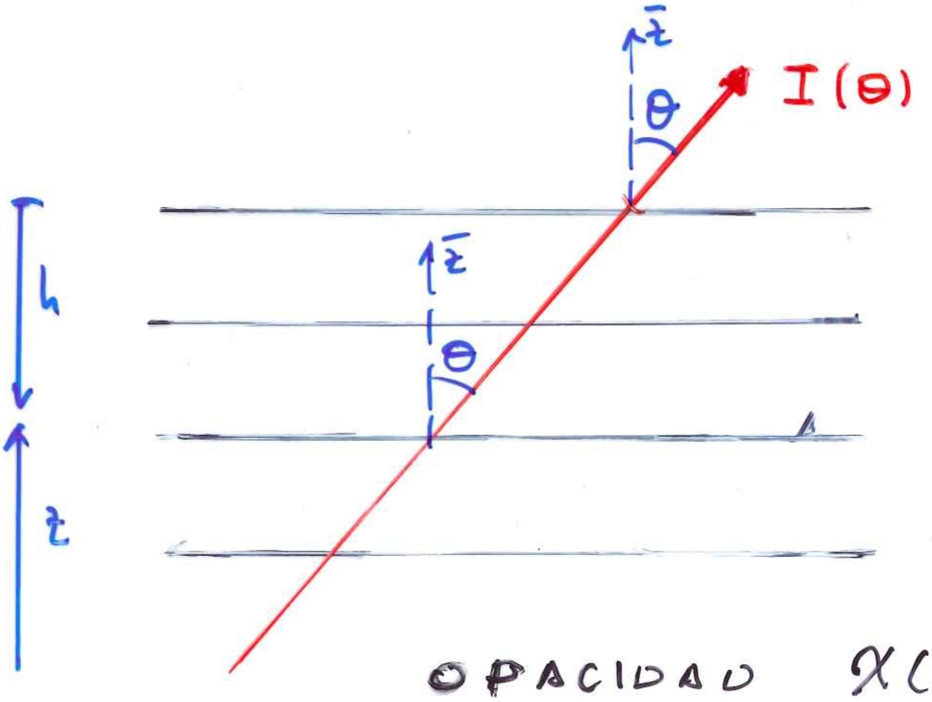

NOAO/IRAF V2.11.2EXPORT jalfonso@lubian Mon 10:21:57 24-Mar-2003
r298080_4.fits: Surface plot of [1153:1178,3452:3472]
NGC5033_HR
1178
3452


NOAO/IRAF V2.11.2EXPORT jalfonso@lubina Mon 10:29:03 24-Mar-2003
r298080_4.fits: Lines 3500-3504
NGC5033_HR
Pixel Value
600
500
400
300
58:20:00
58:40:00
59:00:00
59:20:00
59:40:00

CONVOLUCIÓN EN LA PROPIA FUENTE

OSCURECIMIENTO CENTRO-BORDE EN EL SOL

OSCURECIMIENTO CENTRO-BORDE



INTENSIDAD EMITIDA Y OBSERVADA

$h = R_* - z$

OPACIDAD $\chi(z) \to \chi(h)$

EMISIVIDAD $\eta(z) \to \chi(h)$

$$d\tau = \chi(h)\, dh$$

PROFUNDIDAD OPTICA

$$S(h) \equiv S(\tau) = \frac{\eta(h)}{\chi(h)} \equiv \frac{\eta(\tau)}{\chi(\tau)}$$

FUNCION FUENTE

$\mu = \cos\theta$

$$I(\mu) = \int_0^\infty S(\tau)\, e^{-\frac{\tau}{\mu}} \frac{d\tau}{\mu}$$

CON $x = \frac{1}{\mu}$ PARECE LAPLACE PERO NO LO ES

$0 \le \mu \le 1$ $\qquad$ $1 \le x \le \infty$

FALTAN DATOS PARA LAPLACE

SE HA INTENTADO TRABAJAR CON LOS CAMBIOS

$\tau = e^{y}$ $\qquad \tau = 0 \quad y = -\infty$

$\qquad \tau = \infty \quad y = \infty$

$\mu = e^{u}$ $\qquad \mu = 1 \quad u = 0$

$\qquad \mu = 0 \quad u = -\infty$

$$I(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} dy \left\{ e^{(y-u)} e^{-e^{(y-u)}} \right\} S(y)$$

UNA INTEGRAL DE CONVOLUCION

PERO...

EL PROBLEMA ES VERDADERAMENTE MAL PLANTEADO

FALTAN DATOS $I(\mu)$ PARA $\mu > 1$

(no existen físicamente)

HAGAMOS:

$$I(\mu)(1-\mu) = \int_0^\infty e^{-\frac{z}{\mu}} S(z) \left[\frac{1}{\mu}-1\right] dz$$

$$= \int_0^\infty e^{-z\left(\frac{1}{\mu}-1\right)} e^{-z} S(z) \left[\frac{1}{\mu}-1\right] dz$$

$$\frac{1}{\mu} - 1 = Z \qquad I(\mu)(1-\mu) = g(Z)\, Z$$

$$\mu = \frac{1}{1+Z} \qquad g(Z) = \int_0^\infty e^{-Zz} e^{-z} S(z)\, dz$$

$$0 \leq Z < \infty$$

AHORA ES UNA VERDADERA TRANSFORMADA DE LAPLACE

PERO PARA CALCULAR (y con mucha dificultad)

$$e^{-z} S(z)$$

!!!

PROBLEMAS EN LA PROPIA FUENTE

LA TRANSFORMADA DE PLANCK

LA TRANSFORMADA DE PLANCK

$$B(\nu,T) = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}} - 1}$$

FUNCION DE ν PARA CADA T

FUNCION DE T PARA CADA ν

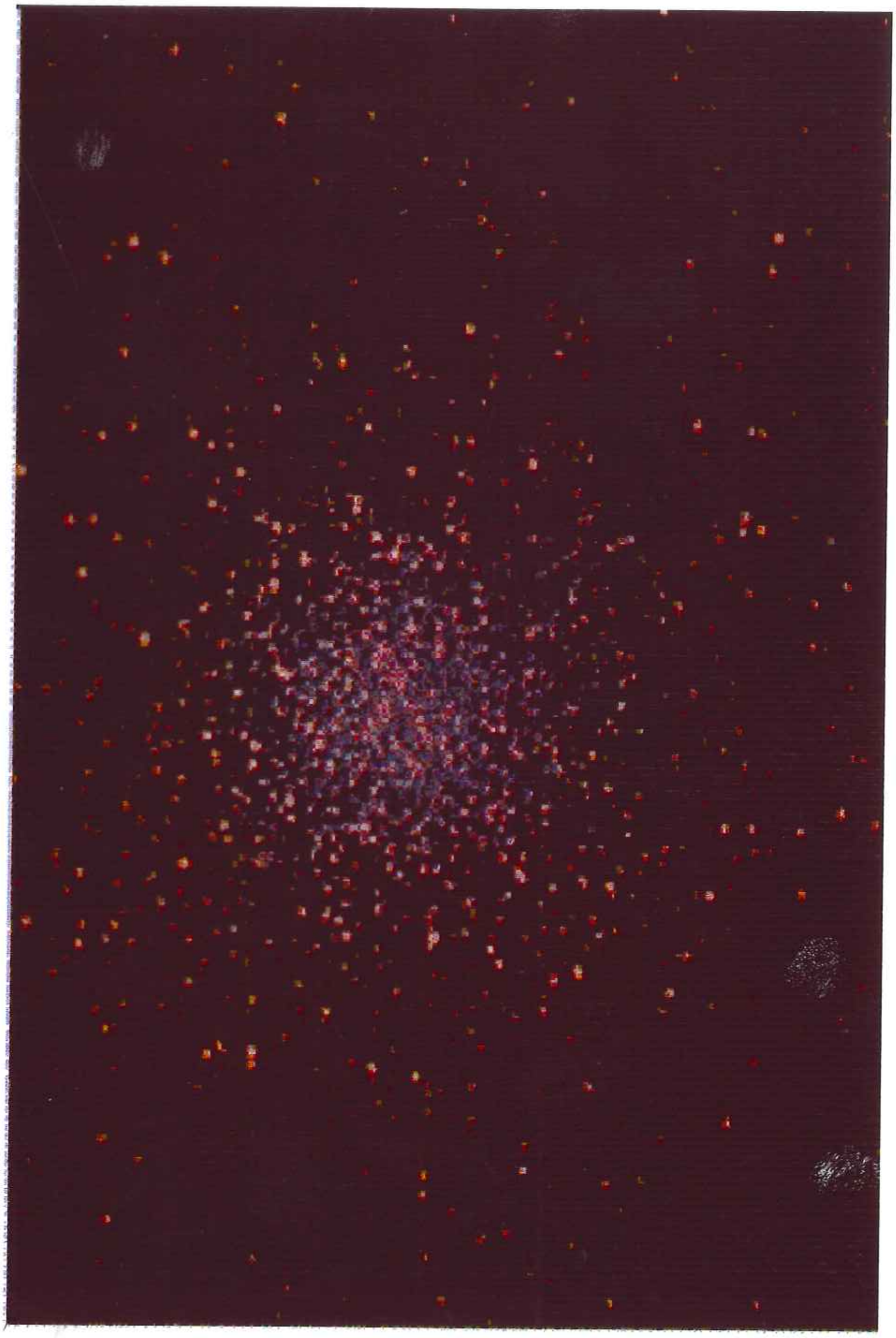
$\rho(T)$ DENSIDAD DE FUENTES CON TEMPERATURA T QUE EMITEN SEGUN LA LEY DE PLANCK

OBSERVACION $F(\nu)$

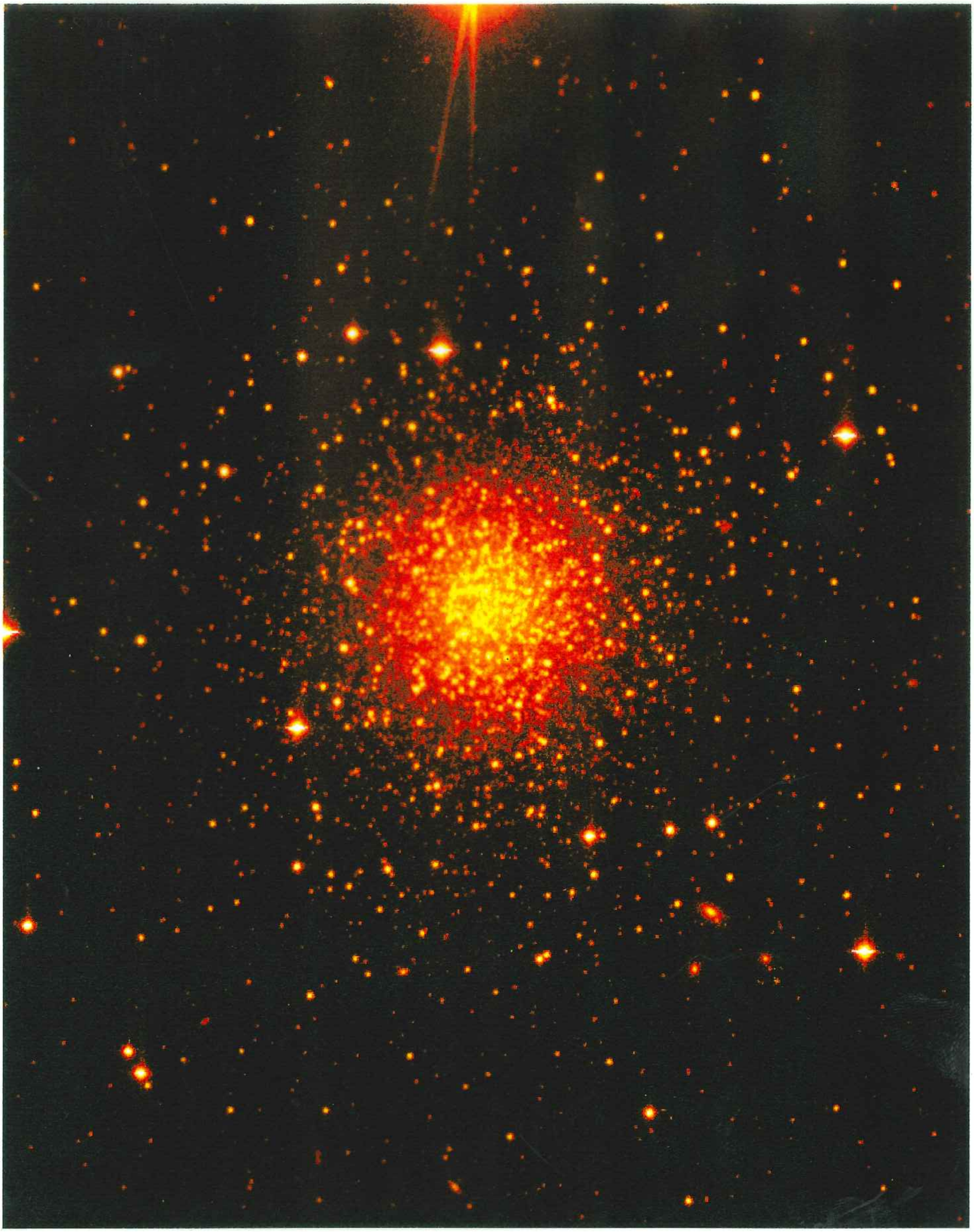
$$F(\nu) = \int_0^\infty dT\, \rho(T)\, B(\nu,T)$$

INTEGRALES SOBRE LINEAS

CUMULOS GLOBULARES



ERROR: limitcheck
OFFENDING COMMAND: colorimage



CATALOGUE

DE

1571 ÉTOILES

CONTENUES DANS

L'AMAS GLOBULAIRE MESSIER 3 (N.G.C. 5272),

PAR M. H. VON ZEIPEL.

ANNALES

DE

L'OBSERVATOIRE DE PARIS,

PUBLIÉES SOUS LA DIRECTION DE

M. MAURICE LŒWY,

DIRECTEUR DE L'OBSERVATOIRE.

MÉMOIRES.

TOME XXV.

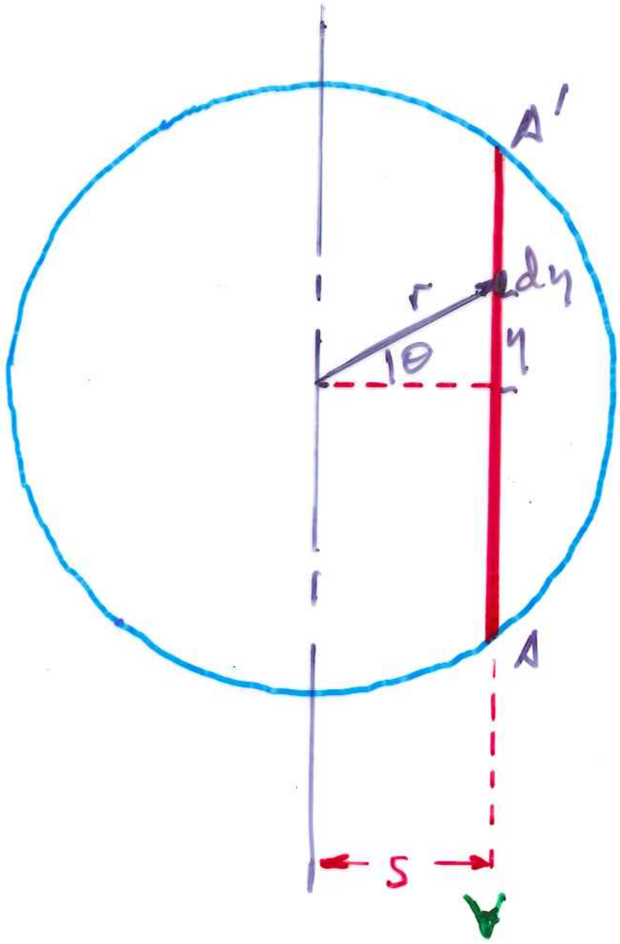
PARIS,

GAUTHIER-VILLARS,

IMPRIMEUR-LIBRAIRE DE L'OBSERVATOIRE DE PARIS,

Quai des Grands-Augustins, 55.

1908



$$\eta = \sqrt{r^2 - s^2}$$

$$dy = \frac{r\,dr}{\sqrt{r^2 - s^2}}$$

DETERMINAR

$\rho(r)$

SE CONOCE LA DENSIDAD $n(s)$ DE OBJETOS OBSERVADA

$$n(s) = \int_A^{A'} \rho(r)\, dy = 2\int_0^{A'} \rho(r)\, dy$$

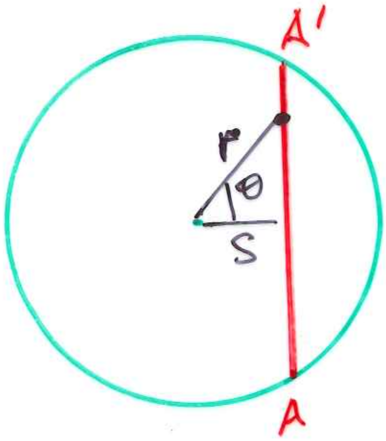
$$= 2\int_s^R \rho(r) \frac{r\,dr}{\sqrt{r^2 - s^2}}$$

ABEL

HIPOTESIS SIMETRÍA CILINDRÍCA PARA LA DENSIDAD

$$\rho(\vec{r}) = \rho(r, \theta) \longrightarrow \rho(r)$$

SÓLO



LA DIRECCIÓN DE OBSERVACIÓN AA' TIENE COMO ECUACIÓN (en coord. polares)

$$-\frac{\pi}{2} < \theta < \frac{\pi}{2}, \quad \underline{r \cos\theta - s = 0}$$

$$\sigma(s) = \oint d\,Sup.\ \rho(r)\ \delta\left\{ \begin{matrix}\text{LINEA DE}\\ \text{OBSERVACIÓN}\end{matrix} \right\}$$

$$d\,Sup = r\,dr\,d\theta$$

$$\delta\{r\cos\theta - s\} = \sum_{\theta_0} \frac{\delta\{\theta-\theta_0\}}{r \operatorname{sen}\theta_0} \qquad \underline{u(r>s)}$$

$$\theta_0 = \arccos\frac{s}{r} \qquad (2\ \text{posibilidades})$$

luego

$$\delta\{r\cos\theta - s\} = \sum_{\theta_0} \frac{\delta\{\theta-\theta_0\}}{r\sqrt{1-\frac{s^2}{r^2}}} = \sum_{\theta_0} \frac{\delta\{\theta-\theta_0\}}{\sqrt{r^2-s^2}}$$

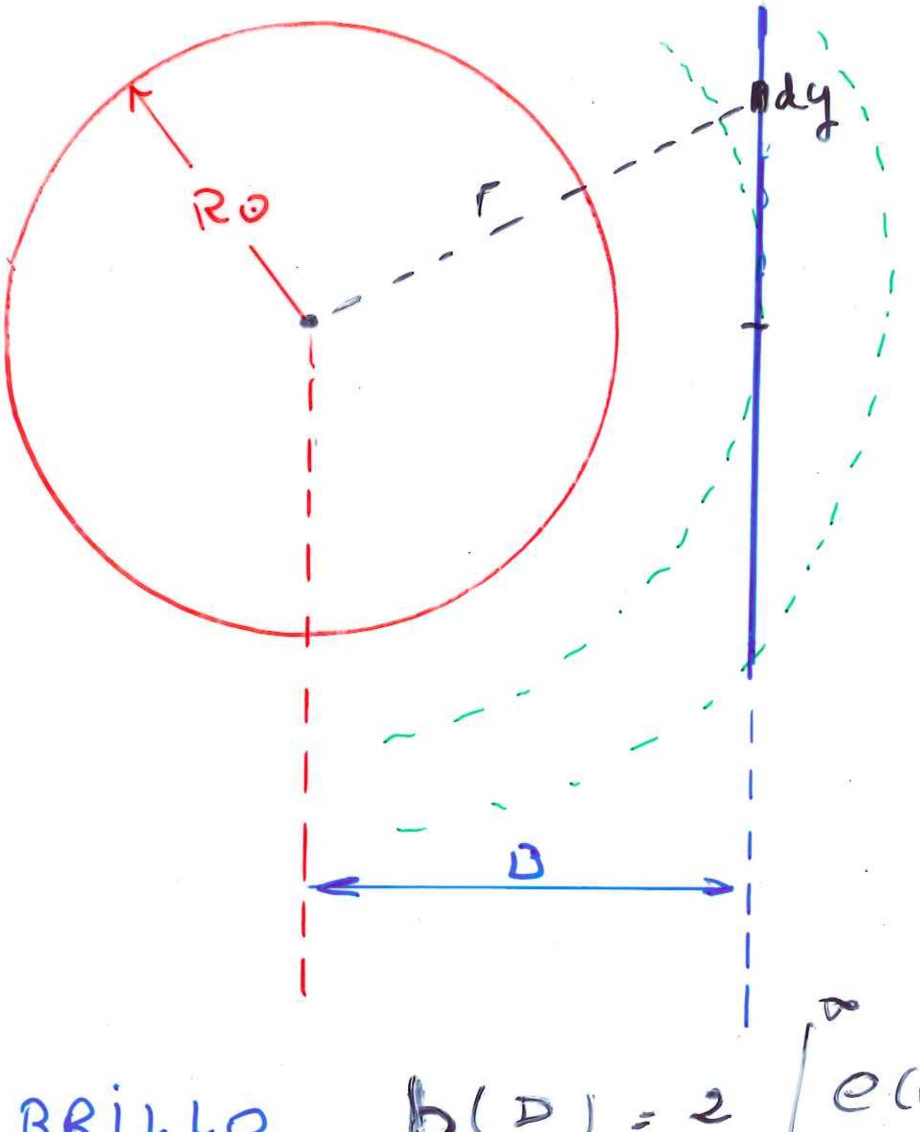
$$\sigma(s) = 2\int_0^R \rho(r)\,r\,dr \int_0^{\pi} \frac{\delta\{\theta-\theta_0\}}{\sqrt{r^2-s^2}}\ ; \quad u(r>s)$$

$$= \int_s^R \rho(r)\ \frac{2r\,dr}{\sqrt{r^2-s^2}}$$

MEDIDA DE LA
DENSIDAD ELECTRONICA
EN LA CORONA SOLAR

(MEDIA)

MEDIDA DE LA DENSIDAD ELECTRONICA EN LA CORONA SOLAR A PARTIR DE LA DIFUSION POR LOS ELECTRONES DE LA LUZ FOTOSFERICA



SOL EN CALMA

$R_\odot$ RADIO FOTOSFERICO

OBSERVACIÓN DEL BRILLO A UNA DISTANCIA D DEL CENTRO

BRILLO $\quad b(D) = 2\int_0^\infty e(r)\,dy$

$y = \sqrt{r^2 - D^2} \qquad dy = \dfrac{r\,dr}{\sqrt{r^2-D^2}} \qquad r > D$

$$b(D) = 2\int_D^\infty e(r)\,\frac{r\,dr}{\sqrt{r^2-D^2}}$$

ABEL

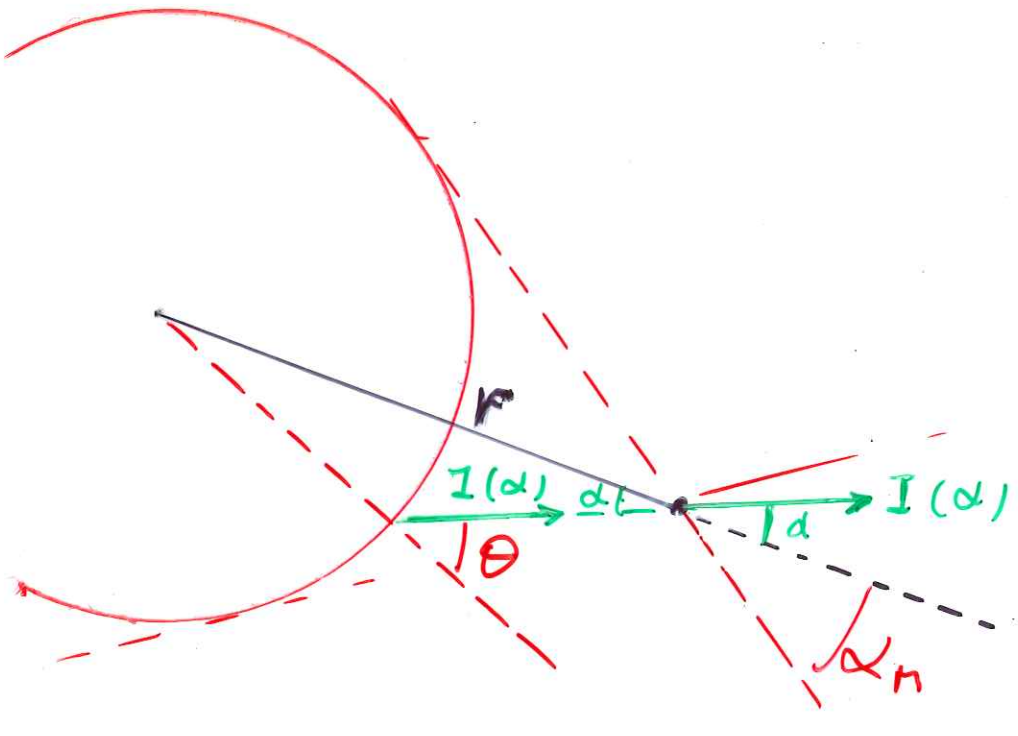
DIFUSIÓN POR LOS ELECTRONES

THOMSON $\sigma_T = 6.65\ 10^{-25}$

PRACTICAMENTE ISOTROPA

$$e(r) = n_e(r)\ \sigma_T\ J(r)$$

$J(r)$ INTENSIDAD MEDIA DE LA RADIACIÓN FOTOSFERICA EN CADA PUNTO r



$$J(r) = \frac{1}{4\pi} \oint I(\alpha)\, d\omega = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\alpha_M} I(\alpha) \operatorname{sen}\alpha\, d\alpha$$

$$\frac{r}{\operatorname{sen}\theta} = \frac{R_\odot}{\operatorname{sen}\alpha}$$

La intensidad en el punto r es prácticamente la fotosférica, igual a la que existiría en la superficie solar. Hay muy pocas difusiones; no hay por ello, prácticamente, atenuación, ni otra luz difundida

con el cambio $\mu = \cos\theta$

$$J(r) = \frac{1}{2}\frac{R^2}{r^2}\int_{\mu_0}^{1} I(\mu)\,\frac{\mu\, d\mu}{\sqrt{1-\frac{R^2}{r^2}(1-\mu^2)}}$$

$I(\mu) = I(\cos\theta)$ RADIACIÓN EMERGENTE EN LA SUPERFICIE FOTOSFÉRICA. (MODELO U OBSERVACIÓN)

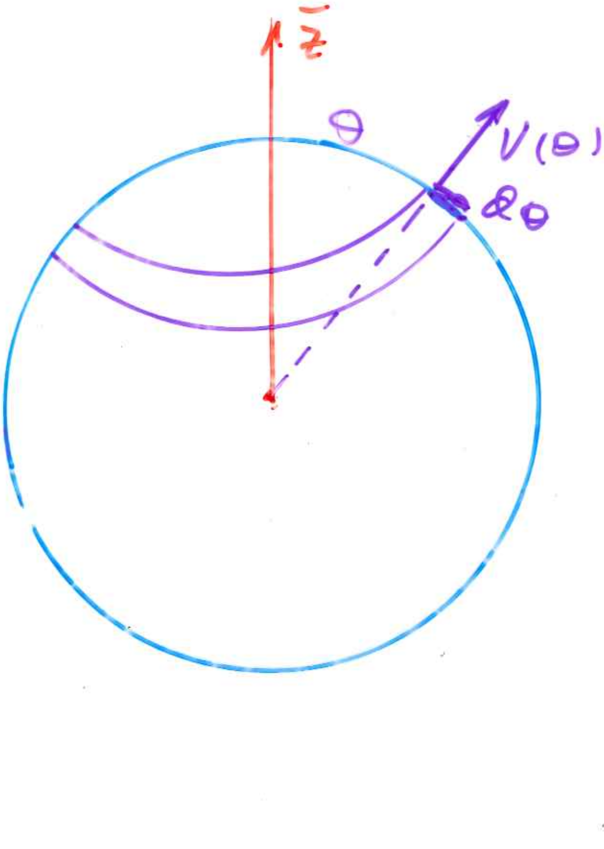
DISTRIBUCIÓN ESTADISTICA DE FORMAS Y DIMENSIONES EN EL ESPACIO

DISTRIBUCIÓN ESTADISTICA DE POSICIONES DE VECTORES

SEA UNA SERIE DE VECTORES $\{\bar{U}\}$ CON ORIGEN EN EL OBSERVADOR Y CUYAS DIRECCIONES ESTÁN DISTRIBUIDAS AL AZAR

¿ CUANTOS VECTORES TIENEN UN ANGULO POLAR θ, COMPRENDIDO ENTRE θ y $\theta + d\theta$?

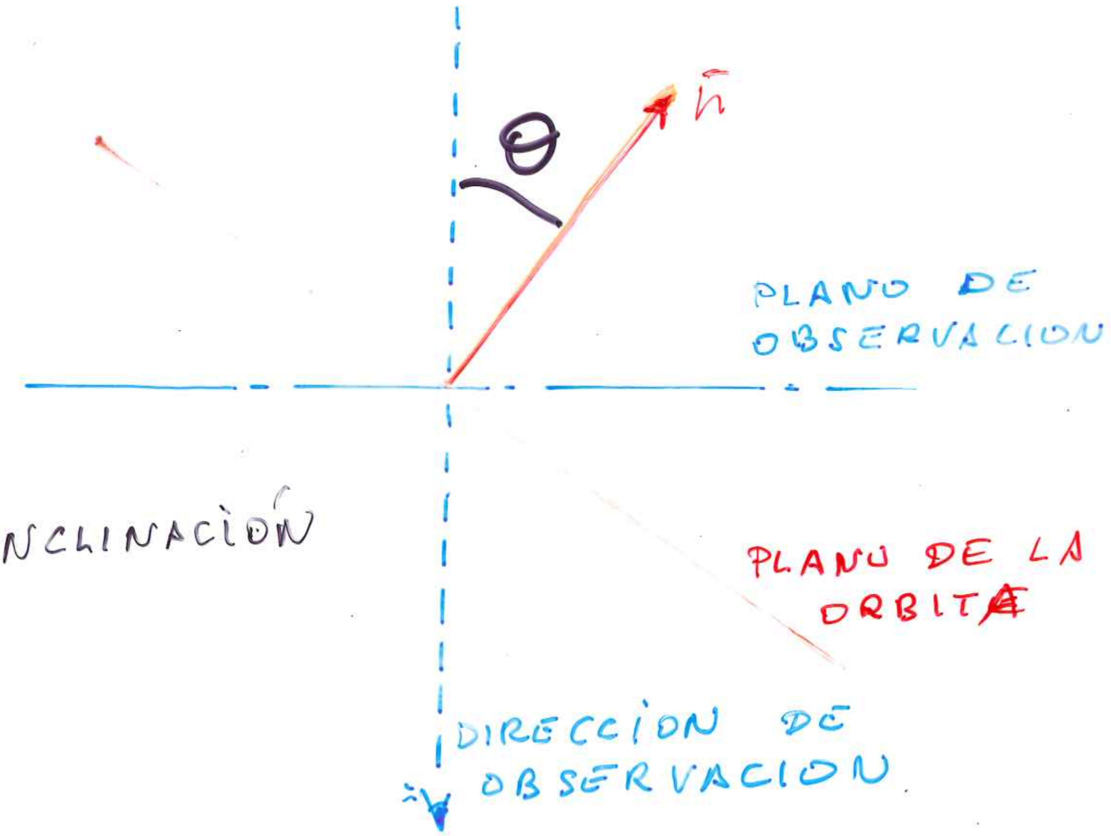
EL NUMERO DE ESTOS SERÁ PROPORCIONAL AL AREA DE LA CORONA ESFERICA, QUE, ALREDEDOR DEL EJE POLAR $\bar{Z}$ DEFINE LOS CONOS DE ANGULO θ, y $\theta + d\theta$



ES DECIR SERÁ PROPORCIONAL A

$$\operatorname{sen}\theta \, d\theta$$

DETERMINACIÓN ESTADÍSTICA DE LAS DIMENSIONES ABSOLUTAS DE LAS ORBITAS DE LAS ESTRELLAS DOBLES



θ: INCLINACIÓN

A: SEMIEJE MAYOR DE LA ORBITA

SE MIDE

$$a = A \operatorname{sen} \theta$$

R.M. ALLER

PROBLEMA:

SE DISPONE DE LA DISTRIBUCIÓN:

$$\varphi(a)\,da \; :$$

NUMERO DE ESTRELLAS DOBLES QUE TIENEN UN VALOR MEDIDO DE SU SEMI-EJE MAYOR COMPRENDIDO ENTRE a y $a+da$

(se trata de una medida/observación)

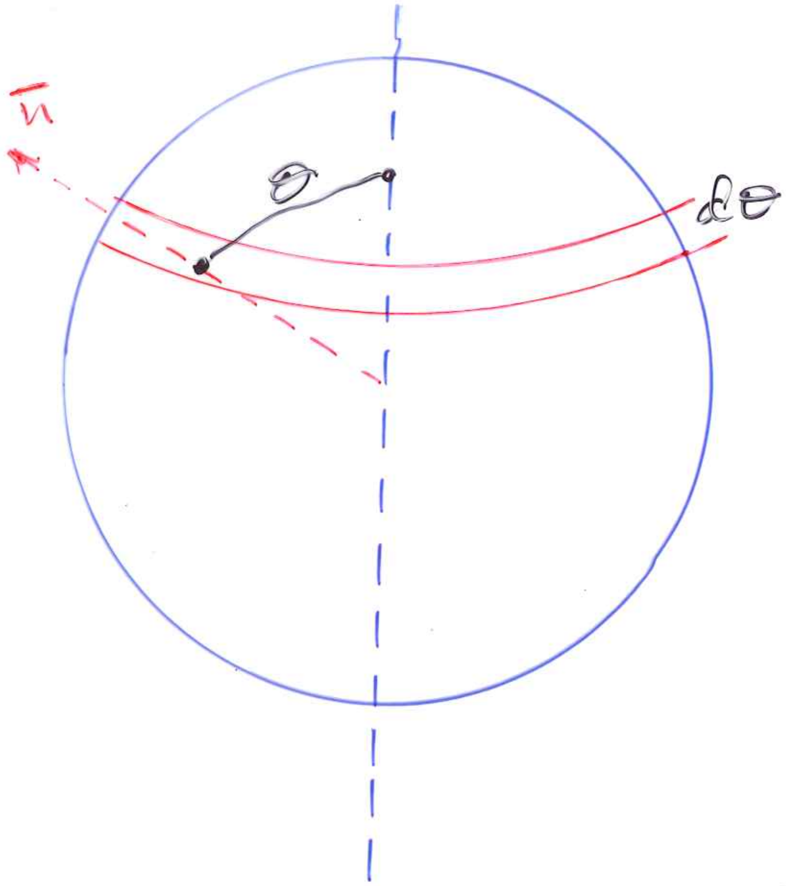
SE PRETENDE CONOCER LA DISTRIBUCION

$$\phi(A)\,dA$$

DE ESTRELLAS DOBLES CUYO SEMIEJE MAYOR (REAL) A ESTE COMPRENDIDO ENTRE A y $A+dA$

HIPOTESIS:

LAS POSICIONES DE LAS ORBITAS TIENEN UNA DISTRIBUCIÓN ALEATORÍA.



$f(\theta)\,d\theta$: NUMERO DE ESTRELLAS DOBLES CUYA INCLINACIÓN θ ESTA COMPRENDIDA ENTRE θ y $\theta+d\theta$

$f(\theta)\,d\theta$ SERA PROPORCIONAL AL AREA DE LA CORONA SEÑALADA

$$f(\theta)\,d\theta \propto \operatorname{sen}\theta\, d\theta$$

ENTONCES

$$\varphi(a) = \iint \phi(A)\, dA\, f(\theta)\, d\theta \; \otimes \{\text{LIGADURA}\}$$

LIGADURA

$$\underline{A \operatorname{sen} \theta = a} \qquad A \geq a$$

$$\{\text{LIGADURA}\} = \delta\{A \operatorname{sen} \theta - a\}$$

$$\varphi(a) = \int \phi(A)\, dA \int f(\theta)\, \delta\{A \operatorname{sen} \theta - a\}\, d\theta$$

LA ULTIMA INTEGRAL –

$$= \frac{f\left[\operatorname{arc\,sen} \frac{a}{A}\right]}{A \cos\left[\operatorname{arc\,sen} \frac{a}{A}\right]} = \frac{\operatorname{sen}\left[\operatorname{arc\,sen} \frac{a}{A}\right]}{A \cos\left[\operatorname{arc\,sen} \frac{a}{A}\right]} =$$

$$= \frac{\frac{a}{A}}{A\sqrt{1 - \frac{a^2}{A^2}}} \qquad A \geq a$$

DISTRIBUCIÓN ESTADÍSTICA DE LAS VELOCIDADES DE ROTACION ESTELAR

SI v ES LA VELOCIDAD DE ROTACION —ECUATORIAL— ESTELAR, SE MIDE —ESPECTROSCOPICAMENTE— SU PROYECCIÓN SOBRE LA LINEA DE VISION:

$$u \equiv v \operatorname{sen} i$$

SE PUEDE DISPONER, A PARTIR DE CATÁLOGOS DE LA DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES MEDIDAS:

$$G(u)\, du$$

QUEREMOS CALCULAR $\phi(v)$: DISTRIBUCION DE VELOCIDADES v

ADMITIENDO QUE LA DISTRIBUCION DE ANGULOS DE INCLINACION i ES AL AZAR:

$$\varphi(i) \propto \operatorname{sen} i$$

$$\frac{G(u)}{u} \simeq \int_u^\infty \frac{\phi(v)}{v^2} \frac{v\, dv}{\sqrt{v^2-u^2}}$$

ABEL

$v > u$

CON ELLO

$$\varphi(a) = \int \Phi(A) \frac{\frac{a}{A}}{\sqrt{A^2 - a^2}} \, dA$$

$$A = a$$

O SEA

$$\frac{\varphi(a)}{a} = \int_a^{\infty} \frac{\Phi(A)}{A} \frac{dA}{\sqrt{A^2 - a^2}}$$

ABEL

DEBE PROPORCIONAR

$\Phi(A)$

A PARTIR DE

$\varphi(a)$

ESTADÍSTICOS PUROS

TEOREMA FUNDAMENTAL DE LA ESTADÍSTICA ASTRONOMICA

SE QUIERE DETERMINAR EXPERIMENTALMENTE/OBSERVACIONALMENTE UNA FUNCIÓN $f(x)$ DE LA VARIABLE x

GENERALMENTE EL NUMERO DE OBJETOS CON UN CIERTO BRILLO

LA MEDIDA DE x (BRILLO) PUEDE PRESENTAR UN CIERTO ERROR ε: SE MIDE x' TAL QUE

$$x' - x = \varepsilon$$

ESTE ERROR PUEDE TENER UNA DISTRIBUCIÓN GAUSSIANA, CON UNA "ANCHURA" σ

$$\varphi(\varepsilon) = \frac{1}{\sqrt{\pi}\,\sigma} e^{-\left(\frac{\varepsilon}{\sigma}\right)^2}$$

MEDIDA $f_o(x')$

¿ COMO SERÁ $f(x)$?

$$f(x') = \int dx\, f(x) \frac{e^{-\left(\frac{x-x'}{\sigma}\right)^2}}{\sqrt{\pi}\,\sigma}$$

RECUENTOS ESTELARES

DETERMINACION DE LA DENSIDAD REAL DE OBJETOS A PARTIR DE LA MEDIDA DE SU DENSIDAD EN MAGNITUDES APARENTES

SE MIDE $g(m)$

Nº DE OBJETOS CON MAGNITUD APARENTE m

DESCONOCEMOS SU DENSIDAD REAL, por lo tanto, NO SABEMOS A QUE DISTANCIA SE ENCUENTRAN

SE ADMITE QUE SE CONOCE

$k(M)$: FUNCIÓN DE LUMINOSIDAD: DISTIBUCION DE OBJETOS SEGÚN SU MAGNITUD INTRINSECA M

QUEREMOS DETERMINAR

$n(r)$: DENSIDAD DE OBJETOS A LA DISTANCIA r

$$m = M - 5 + 5 \log r$$

$K(m + 5 - 5 \log r)$ ES LA PROBABILIDAD DE QUE UN OBJETO DE MAGNITUD M, A LA DISTANCIA r, SE OBSERVE CON LA MAGNITUD m

LUEGO

$$g(m) = \int_0^{\infty} n(r)\, K(m + 5 - 5 \log r)\, r^2 dr$$

ECUACION FUNDAMENTAL DE LA ESTADISTICA ESTELAR

TOMANDO COMO VARIABLE EL "MODULO DE DISTANCIA"

$$x = 5 \log \frac{r}{10} = m - M$$

SERÁ

$$g(m) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(m - x)\, f(x)\, dx$$

DONDE

$$f(x) \equiv r^3\, n(r) / 5 \cdot \log(e)$$

INTEGRALES SOBRE LINEAS EN ESTRUCTURAS BIDIMENSIONALES

M. N. R. A. S. 96, 172-179, 1936

ON THE DERIVATION OF THE FREQUENCY FUNCTION OF SPACE VELOCITIES OF THE STARS FROM THE OBSERVED RADIAL VELOCITIES.

V. Ambarzumian.

(Communicated by Sir Arthur Eddington)

One of the most important problems of stellar statistics is the derivation of the frequency function of the space velocities of stars of various spectral types and of different absolute magnitudes in our neighbourhood. The direct solution of this problem requires the knowledge of the space velocities of a great number of stars. The derivation of the space velocity of a given star is possible only in the case when three different quantities are measured: the radial velocity, the proper motion and the parallax. These quantities are measurable with different relative degrees of accuracy and are exposed to systematic errors of quite different kinds. For some important groups of stars (for example B-type stars) we have very few reliable individual parallaxes. In general, the number of reliable parallaxes is generally small, and comparatively few stars with known radial velocities have known parallaxes.

Therefore several writers have made the attempts to obtain some knowledge about the distribution law of space velocities from the radial velocities alone. However, in every case some more or less arbitrary form of this law was assumed, and the problem was restricted to the finding of numerical values of some constant parameters entering in this form of distribution law. In the majority of cases these constants are the elements of the velocity ellipsoids.

Owing to the relative uniformity of the catalogues of the radial velocities, the results of the statistical investigations based on them are almost free from the influence of systematic errors.

It seems desirable, then, to try to solve the problem of derivation of the frequency function of space velocities from the distribution of radial velocities without making any hypothesis about the form of this function.

So far as it is known to the writer, this problem not only remains yet unsolved, but is not even discussed in any detail. The purpose of the present paper is to derive the general formula which enables us to compute the frequency function of space velocities from the distribution of radial velocities.

It will be shown that the frequency function of the space velocities is the solution of an integral equation. In this equation the observed frequency function of the radial velocities for the different parts of the sky enters as the known function. We give below the derivation of the equation and its solution.

The Fundamental Assumption.—We shall assume that the different elementary volumes of space in our neighbourhood have practically identical frequency functions of the space velocities. In actual cases, when relatively rare types of stars (for example Cepheids) are considered, it is necessary to consider also the distant stars, since the number of stars of such types in our neighbourhood is very small. In such cases some corrections for the difference between the frequency functions in various parts of the galaxy are required. The actual process of introducing these corrections is beyond the scope of the present paper. We suppose that the radial velocities of a sufficiently large number of near stars situated in different parts of the sky are given, and our aim is to derive the frequency function of the space velocities from these radial velocities.

We shall consider first the two-dimensional problem. It is of special interest, since some types of stars are strongly concentrated to the galactic plane and the z-components of their velocities are small.

DETERMINACIÓN DE LA DISTRIBUCIÓN ESPACIAL DE VELOCIDADES ESTELARES EN LA GALAXIA, A PARTIR DE LA MEDIDA DE VELOCIDADES RADIALES

Se trata de un problema de PROYECCIÓN SOBRE LA LÍNEA DE VISIÓN, de VECTORES $\bar{v}$, distribuidos según diferentes direcciones en cada punto.

LA COMPONENTE, DE CADA $\bar{v}$, SEGÚN LA LÍNEA DE VISIÓN SE MIDE FÁCILMENTE CON GRAN PRECISIÓN: EFECTO DOPPLER

Debido a la PÉRDIDA DE INFORMACIÓN EN LA PROYECCIÓN, las conclusiones sólo tendrán valor dentro del marco del MODELO GEOMÉTRICO que aceptamos para poder resolver el problema:
LA DISTRIBUCIÓN DE VELOCIDADES DE LAS ESTRELLAS ES APROXIMADAMENTE LA MISMA, EN TODOS LOS PUNTOS DEL DISCO GALÁCTICO

ON THE DERIVATION OF THE FREQUENCY FUNCTION OF SPACE VELOCITIES OF THE STARS FROM THE OBSERVED RADIAL VELOCITIES.

V. Ambarzumian.

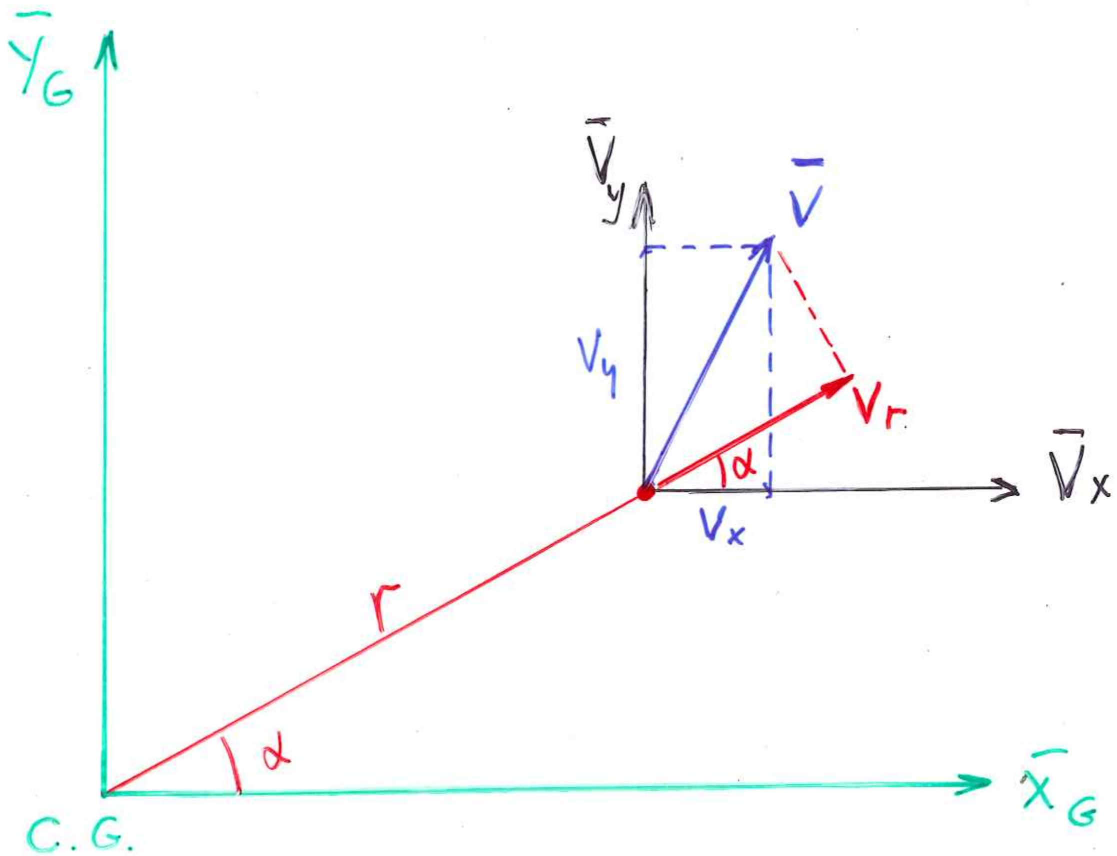
(Communicated by Sir Arthur Eddington)

Mont. Not. R. Astr. Soc.
96, 172-179, 1936

PLANO GALACTICO

COORDENADAS $\{ \bar{X}_G , \bar{Y}_G \}$

α LONGITUD GALACTICA



$\bar{V} \equiv (V_x, V_y)$ DESCONOCIDA

SE MIDE $V_r = V_x \cos\alpha + V_y \operatorname{sen}\alpha$

SE QUIERE DETERMINAR $F(\bar{V})$

HIPOTESIS FUNDAMENTAL

$$F(\bar{v}) \equiv N f(\bar{v}) \equiv N f(V_x, V_y)$$

INDEPENDIENTE DE $\vec{r} \equiv (r, \alpha)$

SE MIDE

$$\Phi(\alpha, V_r) \rightarrow n(\alpha) \equiv \int \phi(\alpha, V_r)\, dV_r$$

$$\Rightarrow \varphi(\alpha, V_r) \equiv \frac{\Phi(\alpha, V_r)}{n(\alpha)}$$

$$n(\alpha) \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(V_x, V_y)\, dV_x\, dV_y \left\{ \begin{array}{l} \text{CON LA CONDICIÓN} \\ V_x \text{ y } V_y \text{ HAN DE SER} \\ \text{TALES QUE CONDUZCAN} \\ \text{A UNA } V_r \text{ DADA} \end{array} \right\} =$$

$$= \Phi(\alpha, V_r)$$

$$\left\{ \text{CONDICIÓN} \right\} = \delta \left\{ V_x \cos\alpha + V_y \operatorname{sen}\alpha - V_r \right\}$$

$$\varphi(\underline{\alpha}, \underline{V_r}) = \int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(V_x, V_y)\, \delta \left\{ V_x \cos\underline{\alpha} + V_y \operatorname{sen}\underline{\alpha} - \underline{V_r} \right\} dV_x\, dV_y$$

INTEGRAL SOBRE TODAS LAS RECTAS

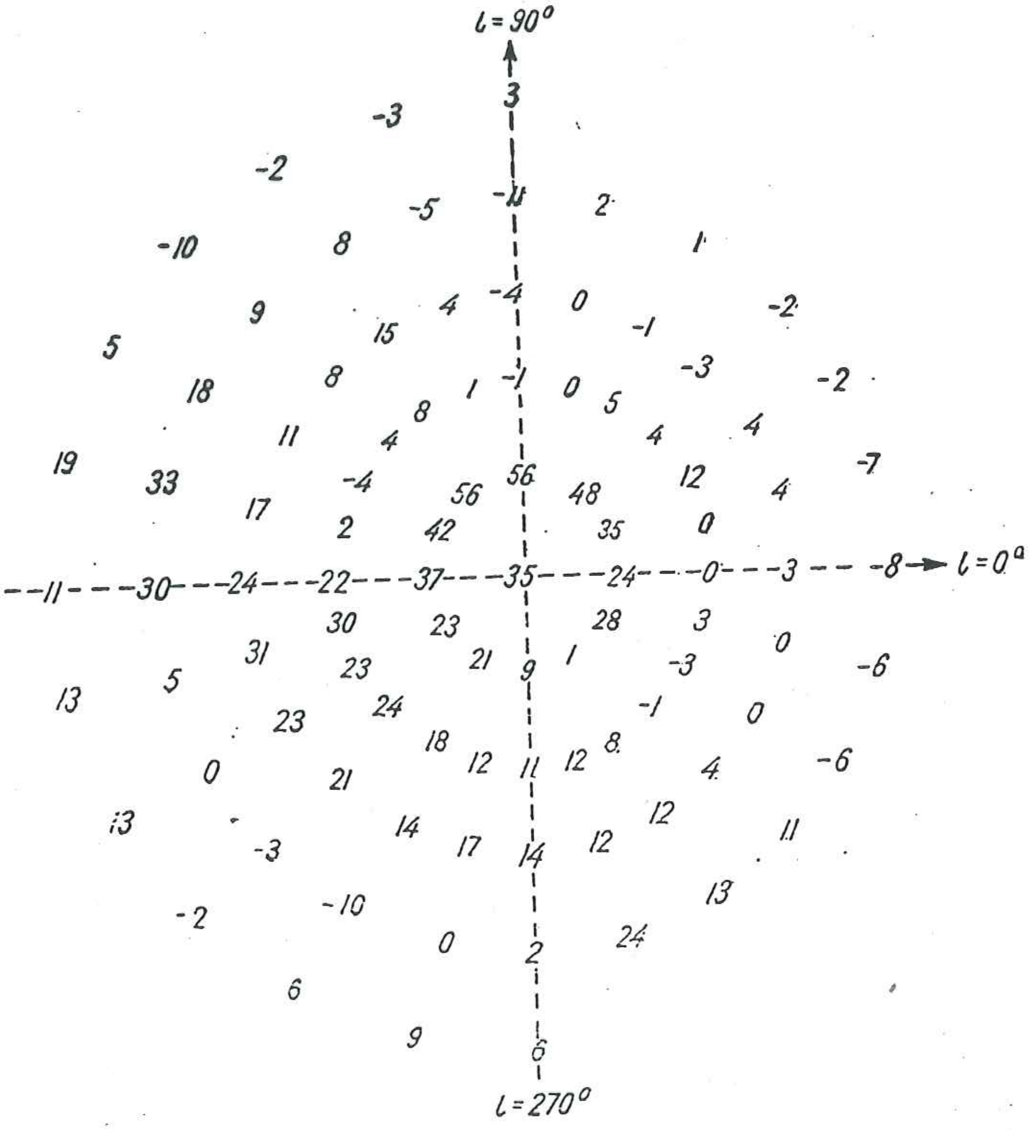
$$V_x \cos\underline{\alpha} + V_y \operatorname{sen}\underline{\alpha} = \underline{V_r}$$

EN EL PLANO $\{\bar{V}_x, \bar{V}_y\}$

О РАСПРЕДЕЛЕНИИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ СКОРОСТЕЙ ЗВЕЗД ТИПОВ B и F*

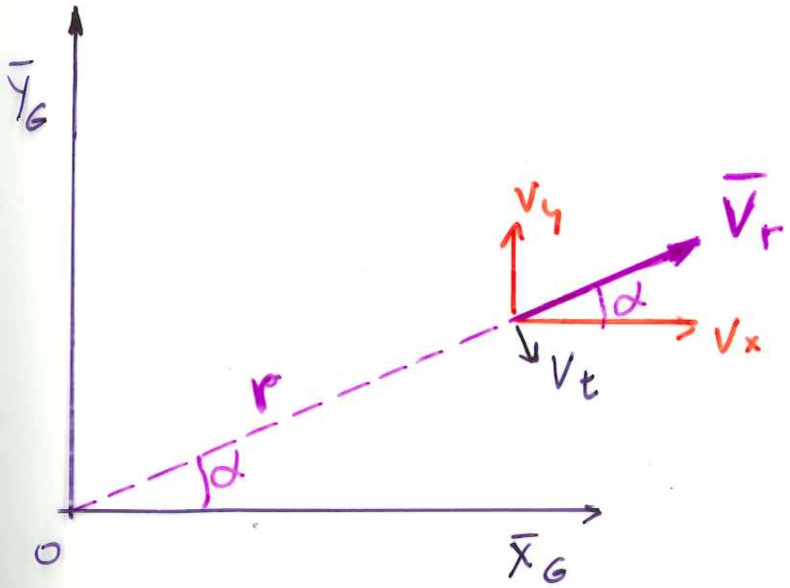
ON THE DISTRIBUTION OF SPACE VELOCITIES OF B AND F TYPE STARS

Publ. Obs. Astron. Leningrad 7, 22, 1936



Фиг. 3. Распределение скоростей звезд типа F (из наблюденных радиальных скоростей). Масштаб 1 *см* = 10 *км/сек*.

RADON / AMBARTSUMIAN



$\alpha, \bar{V}_r$

PARAMETROS MEDIDOS

OBSERVACION $\qquad \Phi(\alpha, \bar{V}_r)$

$$h(\alpha) = \int_0^{\infty} \Phi(\alpha, \bar{V}_r)\, d\bar{V}_r$$

$$\varphi(\alpha, \bar{V}_r) = \frac{\Phi(\alpha, \bar{V}_r)}{h(\alpha)}$$

DATO

$$\varphi(\alpha, \bar{V}_r) \equiv \int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} dV_x\, dV_y\, f(V_x, V_y)\, \delta\{V_x \cos\alpha + V_y \operatorname{sen}\alpha - \bar{V}_r\}$$

CALCULAR

$$\underline{f(V_x, V_y)}$$

$$V_x = V_r \cos\alpha - V_t \operatorname{sen}\alpha$$
$$V_y = V_r \operatorname{sen}\alpha + V_t \cos\alpha$$

LIGADURA $\qquad \delta\{V_r - \bar{V}_r\}$

REESCRIBIMOS TENIENDO EN CUENTA LA LIGADURA

$$\varphi(\alpha, \bar{V}_r) = \int_{-\infty}^{+\infty} dV_t \; f(\bar{V}_r \cos\alpha - V_t \operatorname{sen}\alpha, \; \bar{V}_r \operatorname{sen}\alpha + V_t \cos\alpha)$$

INTEGRAL SOBRE LAS VELOCIDADES PERPENDICULARES A LA DIRECCIÓN DE OBSERVACIÓN DOPPLER.

PARA OBTENER $f(V_x, V_y)$

PRIMERO
PREPARA LOS DATOS
$\varphi(\alpha, \bar{V}_r)$

Construye una serie de funciones (tablas) auxiliares:

$$\varphi_\alpha(\bar{v}_r) \equiv \varphi(\alpha, \bar{v}_r)$$

PARA INDICAR QUE PARA CADA VALOR DEL PARAMETRO α (dirección de observación) SE TIENE UNA FUNCIÓN DE $\bar{v}_r$

AHORA TOMA DOS PARAMETROS LIBRES x, y

$$-\infty < x < \infty$$
$$-\infty < y < \infty$$

Y DEFINE UN TERCERO w TAL QUE

$$x \cos\alpha + y \operatorname{sen}\alpha + w = \bar{v}_r$$

O SEA, PARA CADA $\alpha, \bar{v}_r, x, y$ SE TIENE UN w QUE PERMITE DEFINIR PARA CADA TERNA DE PARAMETROS α, x, y

LA FUNCIÓN

$$\varphi_{\alpha;x,y}(w) \equiv \varphi_\alpha(\bar{v}_r = x\cos\alpha + y \operatorname{sen}\alpha + w)$$

Luego: A PARTIR DE LAS OBSERVACIONES $\varphi(\alpha, \bar{V}_r)$

SE PUEDE CONSTRUIR

PARA CADA α

Y PARA CADA PAREJA DE PARAMETROS x, y

UNA FUNCIÓN DE w

$$\varphi_{\alpha; x, y}(w)$$

w SATISFACE $\quad x \cos\alpha + y \operatorname{sen}\alpha + w = \bar{V}_r$

AHORA SE PUEDE, PARA CADA VALOR DE LOS PARAMETROS x, y Y CADA VALOR DE LA VARIABLE w

INTEGRAR SOBRE α

(NUMERICAMENTE)

$$\overline{\varphi}^{\alpha}_{x,y}(w) \equiv \int_0^{2\pi} d\alpha \; \varphi_{\alpha; x, y}(w)$$

A PARTIR DE LOS DATOS, DISPONEMOS DE ESTAS FUNCIONES

Volvamos a la solución.

TENÍAMOS: INTEGRANDO SOBRE V_t

$$\varphi(\alpha, \bar{V}_r) = \int_{-\infty}^{+\infty} dV_t \, f(\bar{V}_r \cos\alpha - V_t \operatorname{sen}\alpha \, ; \, \bar{V}_r \operatorname{sen}\alpha + V_t \cos\alpha)$$

APLICAMOS EL CAMBIO QUE AMBARTSUMIAN HIZO EN LA PREPARACION DE LOS DATOS

INTRODUCE LOS PARAMETROS LIBRES X, Y Y DEFINE W POR

$$X \cos\alpha + Y \operatorname{sen}\alpha + W = \bar{V}_r$$

$$\varphi(\alpha, \bar{V}_r) \rightarrow \varphi_{\alpha; X, Y}(W) =$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} dV_t \, f\left(X \cos^2\alpha + Y \operatorname{sen}\alpha \cos\alpha + W \cos\alpha - V_t \operatorname{sen}\alpha, \; X \cos\alpha \operatorname{sen}\alpha + Y \operatorname{sen}^2\alpha + W \operatorname{sen}\alpha + V_t \cos\alpha\right)$$

NUEVO CAMBIO

$$V_t = u - X \operatorname{sen}\alpha + Y \cos\alpha$$

$$dV_t = du$$

$$\varphi_{\alpha; X, Y}(W) = \int_{-\infty}^{+\infty} du \, f(X + W\cos\alpha - u \operatorname{sen}\alpha \, , \, Y + W \operatorname{sen}\alpha + u \cos\alpha)$$

ESTA ES LA FUNCIÓN "TEORICA" QUE DEBEMOS CONFRONTAR CON LOS DATOS.

INTEGRAMOS (como se hizo con los datos) SOBRE α

$$\overline{\varphi^{\alpha}_{x,y}}(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} du \int_{0}^{2\pi} d\alpha \, f(x + w\cos\alpha - u\,\text{sen}\,\alpha, \; y + w\,\text{sen}\,\alpha + u\cos\alpha)$$

VEAMOS LA ULTIMA INTEGRAL $\overline{F}$:

$$\overline{F} \equiv \int_{0}^{2\pi} d\alpha \, f(x + w\cos\alpha - u\,\text{sen}\,\alpha, \; y + w\,\text{sen}\,\alpha + u\cos\alpha)$$

CAMBIO $\quad w = G\cos\beta \qquad G = \sqrt{u^2+w^2}$

$\qquad\quad u = G\,\text{sen}\,\beta \qquad tg\,\beta = \frac{u}{w}$

$$\overline{F} = \int_{0}^{2\pi} d\alpha \, f(x + G\cos(\alpha+\beta), \; y + G\,\text{sen}(\alpha+\beta))$$

CON $\quad \alpha + \beta = \gamma \qquad d\alpha = d\gamma$

$$\overline{F} \equiv F_{x,y}(G) = \int_{0}^{2\pi} d\gamma \, f(x + G\cos\alpha, \; y + G\,\text{sen}\,\gamma)$$

$G = \sqrt{u^2+w^2} \qquad G \geq w$

LUEGO TENEMOS

$$\overline{\varphi}^{\alpha}_{x,y}(w) = \int_{-\infty}^{+\infty} du \; F_{x,y}(G)$$

CONOCIDO $\overline{\varphi}^{\alpha}_{x,y}(w)$

DEDUCIREMOS $F_{x,y}(G)$

$$u = \sqrt{G^2 - w^2} \qquad G \geq w$$

$$du = \frac{G\,dG}{\sqrt{G^2 - u^2}}$$

$$\overline{\varphi}^{\alpha}_{x,y}(w) = \int_{w}^{\infty} F_{x,y}(G)\, \frac{2\,G\,dG}{\sqrt{G^2 - w^2}}$$

ABEL QUE PERMITE ENCONTRAR

$F_{x,y}(G)$ CONOCIDA $\overline{\varphi}^{\alpha}_{x,y}(w)$

QUE ERA UN DATO

$$\overline{\varphi}^{\alpha}_{x,y}(w) \longrightarrow F_{x,y}(G)$$

$$F_{x,y}(G) = -\frac{1}{\pi}\frac{1}{G}\frac{d}{dG}\int_G^{\infty}\frac{w\,dw}{\sqrt{w^2-G^2}}\,\overline{\varphi}^{a}_{x,y}(w)$$

PERO, VOLVIENDO A LA DEFINICIÓN DE $F_{x,y}(G)$

$$F_{x,y}(G) \equiv \int_0^{2\pi} d\gamma\, f(x+G\cos\gamma,\ y+G\sin\gamma)$$

Si $G=0$

$$F_{x,y}(0) = 2\pi\, f(x,y)$$

QUE ES LA FUNCION QUE SE QUERÍA CALCULAR

EN FORMA COMPACTA

$$F_{x,y}(G) = -\frac{1}{\pi}\frac{1}{G}\frac{d}{dG}\int_G^\infty d\sqrt{w^2-G^2}\;\overline{\varphi^\alpha_{x,y}}(w)$$

$$= \frac{1}{\pi}\frac{1}{G}\frac{d}{dG}\int_G^\infty \sqrt{w^2-G^2}\;\frac{d}{dw}\overline{\varphi^\alpha_{x,y}}(w)\,dw$$

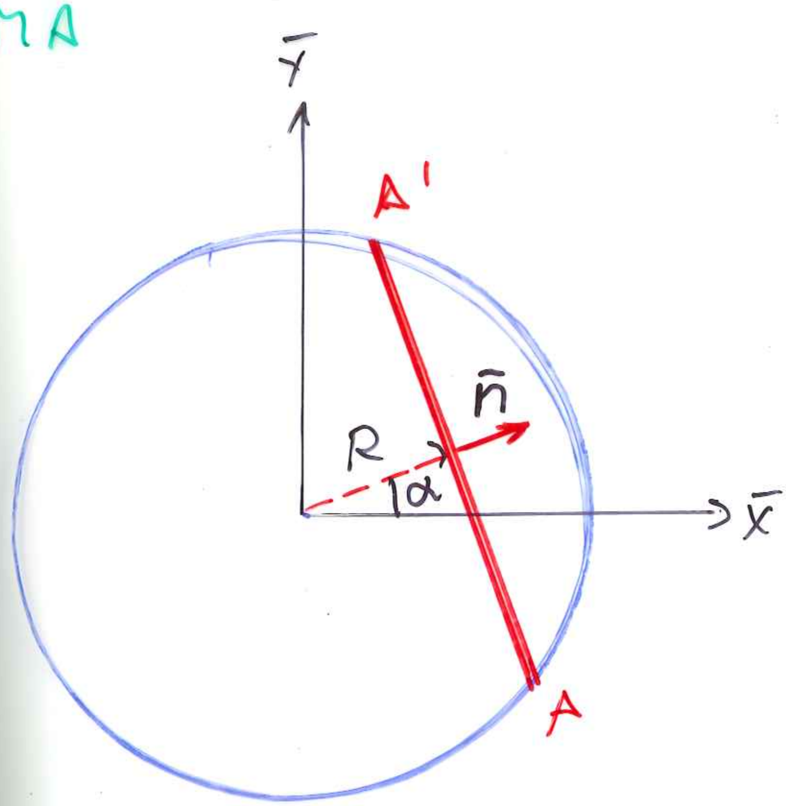
$$= -\frac{1}{\pi}\frac{1}{\cancel{G}}\int_G^\infty \frac{\cancel{G}}{\sqrt{w^2-G^2}}\;\frac{d}{dw}\overline{\varphi^\alpha_{x,y}}(w)\,dw$$

$$F_{x,y}(0) = -\frac{1}{\pi}\int_0^\infty \frac{1}{w}\frac{d}{dw}\overline{\varphi^\alpha_{x,y}}(w)\,dw$$

$$f(x,y) = -\frac{1}{2\pi^2}\int_0^\infty \frac{1}{w}\frac{d}{dw}\overline{\varphi^\alpha_{x,y}}(w)\,dw$$

SINTESIS DE APERTURA

PROBLEMA



$\vec{n} = (\cos\alpha, \operatorname{sen}\alpha)$

PERPENDICULAR A LA LINEA DETECTADA

R DISTANCIA DE ESTA LINEA AL CENTRO

$$x\cos\alpha + y\operatorname{sen}\alpha = R$$

ECUACIÓN DE LA LÍNEA.

Se conoce la integral entre A, A' para todas las lineas definidas por R y α

$0 \le R \le R_{max}$

$0 \le \alpha \le 2\pi$

THE ASTROPHYSICAL JOURNAL, Vol. 150, November 1967

INVERSION OF FAN-BEAM SCANS IN RADIO ASTRONOMY*

R. N. BRACEWELL AND A. C. RIDDLE
Stanford Radio Astronomy Institute
Received April 14, 1967

LA FUNCIÓN $f(\bar{r}) = f(x, y)$

DEFINE LA ESTRUCTURA DEL OBJETO OBSERVADO

SE OBSERVA: INTEGRAL SOBRE CADA LINEA

$$G(R, \alpha)$$

SERÁ

$$G(R,\alpha) = \oint d\,Sup.\ f(\bar{r})\ \delta\{x\cos\alpha + y\,\text{sen}\,\alpha - R\}$$

$$d\,Sup = dx \cdot dy$$

SE QUIERE DETERMINAR $f(\bar{r})$

CONOCIENDO $G(R, \alpha)$

$\vec{n}$: DIRECCIÓN DEFINIDA POR α

$$x\cos\alpha + y\,\text{sen}\,\alpha = \bar{r}\cdot\bar{n}$$

$$\delta\{x\cos\alpha + y\,\text{sen}\,\alpha - R\} = \delta\{\bar{r}\cdot\bar{n} - R\}$$

TRANSFORMADA DE FOURIER

2-D DE $f(\bar{r})$

$\vec{r} \xrightarrow{TF} \bar{\rho}$

$$\hat{f}(\bar{\rho}) = \iint d^2\bar{r}\, f(\bar{r})\, e^{-2\pi i \bar{\rho}\cdot\bar{r}}$$

SI SE CONOCIERA $\hat{f}(\bar{\rho})$

MEDIANTE LA T.F. (2-D) INVERSA

SE PODRÍA CONOCER $f(\bar{r})$

¿ $\hat{f}(\bar{\rho})$?

CONOCEMOS $G(R,\alpha) = G(R,\bar{n})$

PARA CADA α, ES DECIR, PARA CADA $\bar{n}$, ES UNA FUNCIÓN DE R

T.F. (1-D) DE $G(R,\bar{n})$

PARA CADA $\bar{n}$

$R \xrightarrow{T.F.} \nu$

$$\hat{G}(\nu,\bar{n}) = \int dR\, G(R,\bar{n})\, e^{-2\pi i R \nu}$$

FUNCIÓN DE ν CONOCIDA PARA CADA $\bar{n}$

PERO, DADA LA FORMA DE

$G(R,\bar{n}) \equiv G(R,\alpha)$ SERÁ

$$\hat{G}(\nu,\bar{n}) = \int dR\, e^{-2\pi i R\nu}\, G(R,\bar{n}) =$$

$$= \int dR\, e^{-2\pi i R\nu} \iint d^2r\, \delta\{\bar{r}\cdot\bar{n} - R\}\, f(\bar{r})$$

$$= \iint d^2r\, f(\bar{r})\, e^{-2\pi i \bar{r}\cdot\bar{n}\nu} =$$

$$= \left[\hat{\hat{f}}(\bar{\rho}) \right]_{\bar{\rho} = \bar{n}\cdot\nu}$$

COMO $\hat{G}(\nu,\bar{n})$ ES CONOCIDA PARA CADA $\bar{n}$,

DANDO VALORES A $\bar{n}$ Y A ν

TENDREMOS

$$\hat{\hat{f}}(\bar{\rho})$$

TEOREMA DE LA

SECCIÓN CENTRAL