- (i) Ley de Simetría: Si el estímulo de color **A** iguala al estímulo de color **B**, entonces el estímulo de color **B** iguala al estímulo de color **A**.
- (ii) Ley de transitividad: Si **A** iguala a **B** y **B** iguala a **C** entonces **A** iguala a **C**.

(iii) Ley de proporcionalidad: Si **A** iguala a **B** entonces α**A** iguala a α**B** donde α es un factor positivo en el cual la potencia radiante del estímulo es aumentado o reducido, mientras que su distribución espectral se mantiene igual.

(iv) Ley aditiva: Si **A**, **B**, **C**, y **D** son cuatro estímulos de color además si dos de las siguientes igualaciones de color son posibles.

A iguala **B**, **C** iguala **D**, si además se cumple que (**A**+**C**) iguala a (**B**+**D**),

entonces (**A**+**D**) iguala (**B**+**C**).

Donde (**A**+**C**) , (**B**+**D**), (**A**+**D**) y (**B**+**C**), denotan las mezclas de los estímulos **A** con **C**, **B** con **D**, **A** con **C** y **B** con **C** respectivamente

Dada la validez de la generalización tricromática, es posible y además conveniente representar a los estímulos de color como vectores, en un espacio 3D llamado espacio triestímulos. En la descripción del espacio triestímulos usaremos letras mayúsculas tales como Q, R, G, y B.

Q va a representar un estímulo de color cualquiera, R, G y B van a representar los colores colorimétricamente independientes que se usaron en la igualación.

Con esto se sientan las bases de la colorimetría y se podrá operar "algebraicamente".

Vamos a denotar por Q, R, G y B al estímulo de color y al espacio triestímulo y sus propiedades. Q representa el estimulo de color arbitrario, y RGB los usaremos para denotar los estímulos de color primario, elegidos para la igualación de color.
Suponemos que el estímulo de color está definido únicamente por su distribución espectral de potencia radiante que denotaremos por:

$$\int_{\lambda\,\min}^{\lambda\,\max} Q(\lambda)d\lambda = \int_{\lambda\,\min}^{\lambda\,\max} \rho R(\lambda)d\lambda + \int_{\lambda\,\min}^{\lambda\,\max} \gamma G(\lambda)d\lambda + \int_{\lambda\,\min}^{\lambda\,\max} \beta B(\lambda)d\lambda$$

Donde r, d, y b son constantes definidas experimentalmente

Suponemos que tenemos un sistema de color aditivo, con tres estímulos primarios colorimétricamente independientes ***R***, ***G y B***.

Dado un estímulo de color **Q** este se puede representar como:

$$Q = R_Q\boldsymbol{R} + G_Q\boldsymbol{G} + B_Q\boldsymbol{B}$$

Donde R_Q, G_Q, y B_Q los llamamos valores triestímulos, y ***R***, ***G y B***, representan a los colores primarios.

Al proceso anterior le llamamos igualación de color.

Interpretación de los valores triestímulos negativos y como surgen.

$$Q + R_Q\boldsymbol{R} = G_Q\boldsymbol{G} + B_Q\boldsymbol{B}$$

Operando algebraicamente obtenemos.

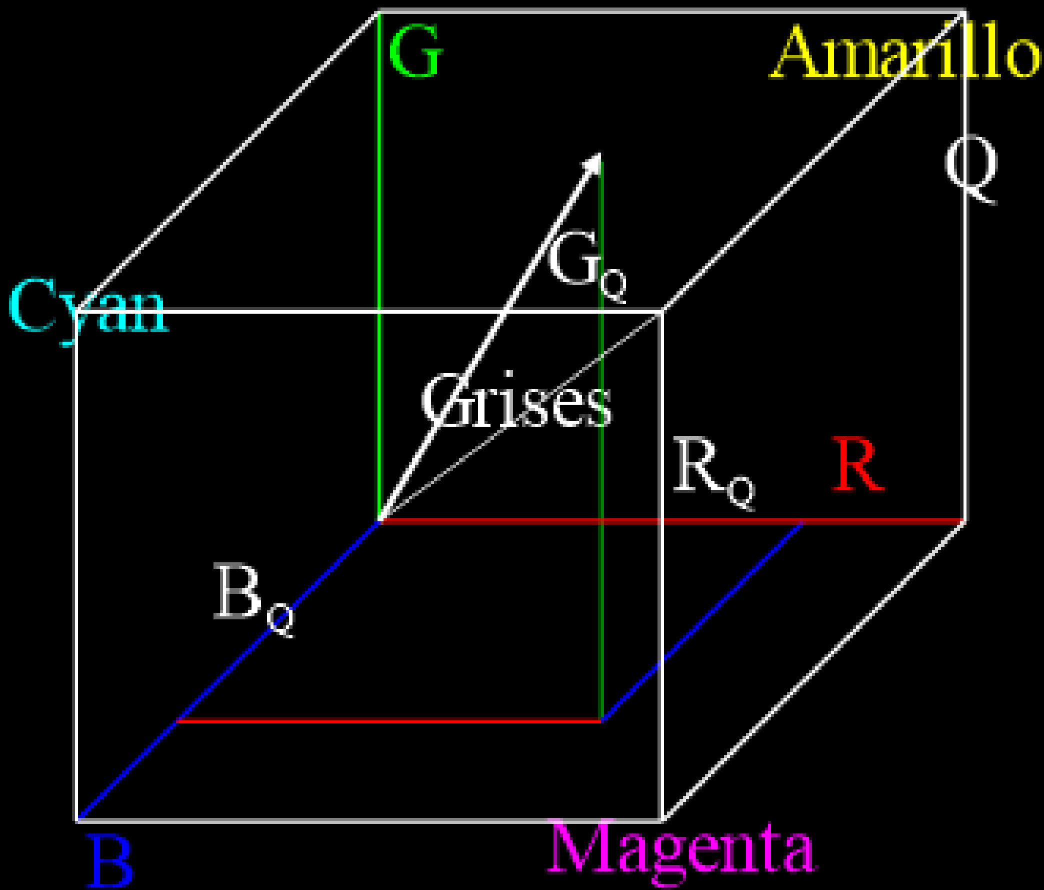
$$Q = G_Q\boldsymbol{G} + B_Q\boldsymbol{B} - R_Q\boldsymbol{R}$$

Cambiando notación

$$Q = R'_Q\boldsymbol{R} + G_Q\boldsymbol{G} + B_Q\boldsymbol{B}$$

Un valor triestímulo negativo significa que es la cantidad que se agrega al estímulo **Q** para igualar la muestra. Este proceso se conoce como desaturación.

Interpretación (diferente)



R, **G** y **B** son vectores y forman un espacio 3D

R_Q, G_Q y B_Q, son escalares y se llaman valores triestímulos.

Grises se forman con $R_Q = G_Q = B_Q$

Q es un estímulo de color y también es un vector.

Para describir **Q** se podrían usar los cosenos directores.

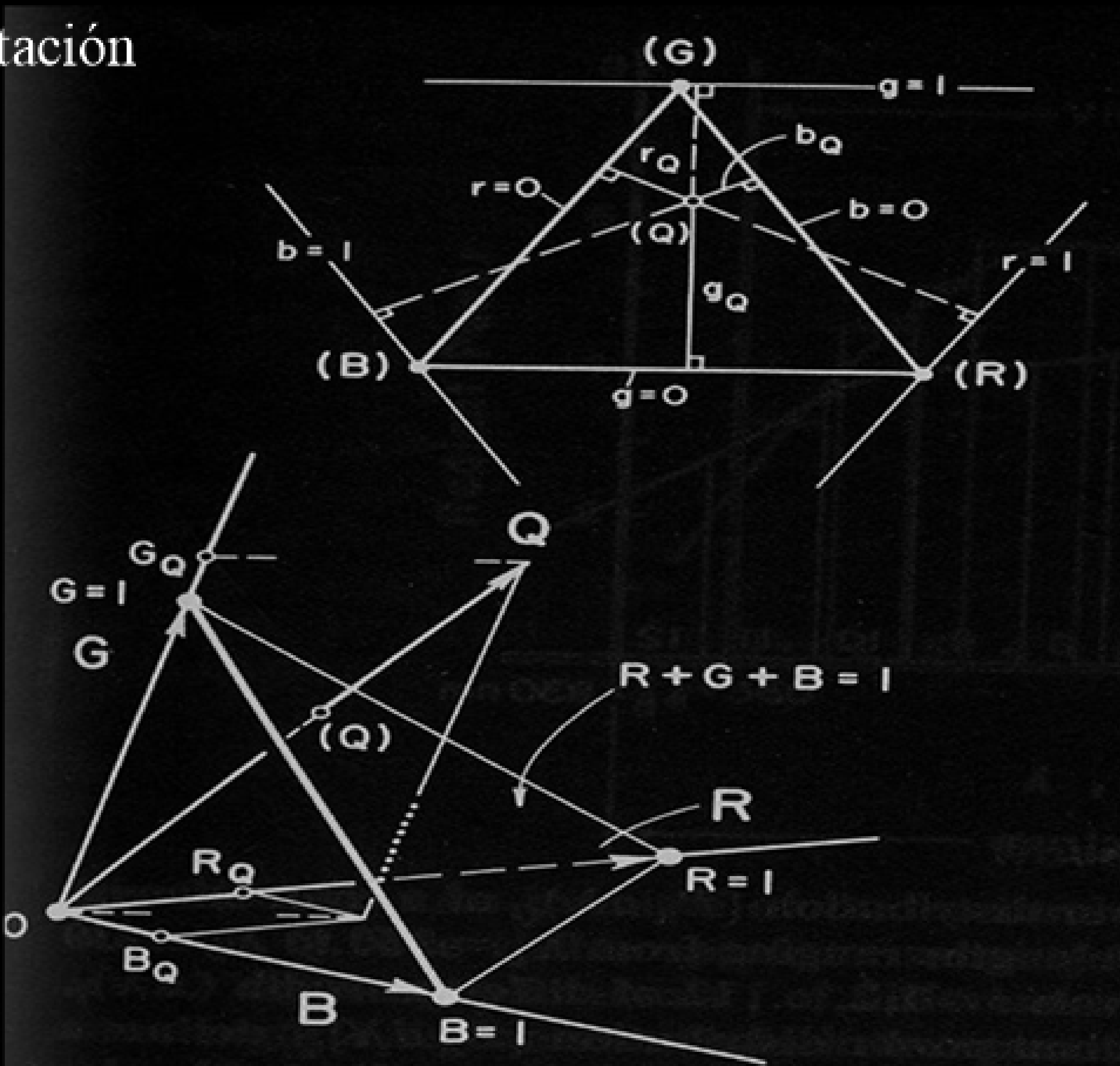
Coordenadas de Cromaticidad (cromáticas)

Los vectores triestimulos van a definir un plano unitario (**R**=**G**=**B**=1). Este plano unitario contiene las coordenadas cromáticas r_Q,g_Q,y b_Q, relacionadas con R_Q, G_Q y B_Q de la siguiente manera:

$$r = \frac{R}{R+G+B} \qquad g = \frac{G}{R+G+B} \qquad b = \frac{B}{R+G+B}$$

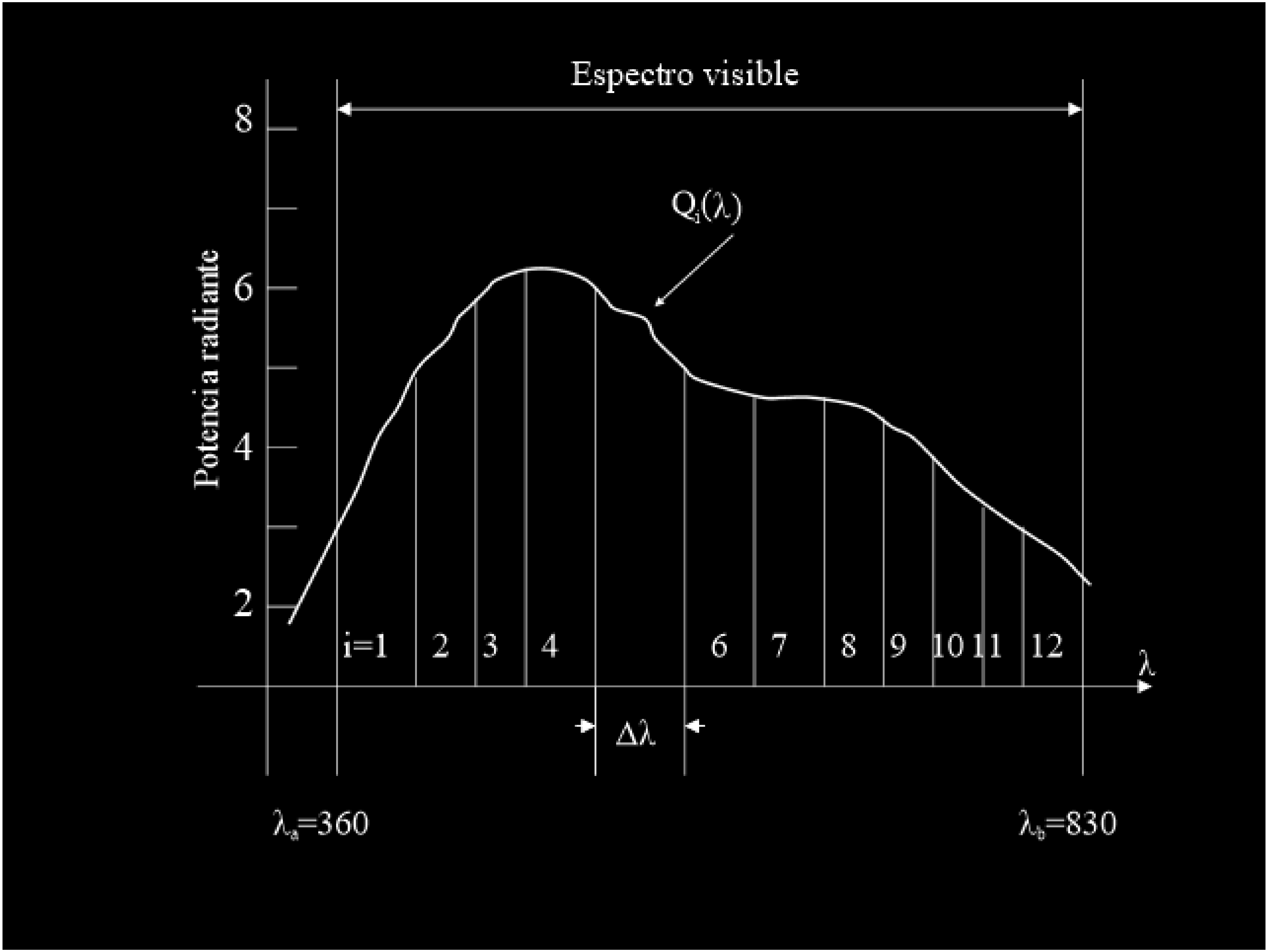
El diagrama de cromaticidades que se muestra en la figura tiene la forma de un triangulo equilátero, en el pasado se conocía como Triangulo de color de Maxwell.

Interpretación



Dado un estímulo de color con potencia radiante $Q(\lambda)$, se puede pensar que esta formado por un conjunto de estímulos Q_i y que cada estímulo tiene una potencia radiante $Q_i(\lambda)$ confinado a *n* intervalos de longitud de onda con un ancho $\Delta\lambda$. NO se requiere que los n intervalos tengan el mismo ancho, pero supondremos que divide completamente al intervalo visible.

Vamos a considerar un intervalo cerrado que va desde $\lambda_a =$ 360 a λ_b = 830 nm.
En la siguiente figura se muestra una gráfica con n=12 y de anchos diferentes.



Espectro visible
8
6
4
2
Potencia radiante
$Q_i(\lambda)$
i=1
2
3
4
6
7
8
9
10
11
12
λ
$\Delta\lambda$
λ_a=360
λ_b=830

Supongamos que **Q** esta formado por un conjunto de estímulos $\mathbf{Q}_i$ y que cada estímulo tiene una potencia radiante Qi(λ) confinado a *n* intervalos de longitud de onda con un ancho $\Delta \lambda_i$. No se requiere que los n intervalos tengan el mismo ancho, pero supondremos que divide completamente al intervalo visible.

$$Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i$$

Cada estímulo Q_i debe de satisfacer que

$$Q_i = R_{Q_i i}\boldsymbol{R} + G_{Q_i i}\boldsymbol{G} + B_{Q_i i}\boldsymbol{B}$$

donde R_{Qi} G_{Qi} y B_{Qi} son los valores triestímulos del estímulo Q_i, de los cuales uno o dos puede ser negativo.

Con la introducción de los valores triestimulos espectrales cualquier color Q que tiene una distribución espectral de energía se puede representar como:

$$Q = R_Q\, \mathbf{R} + G_Q\, \mathbf{G} + B_Q\, \mathbf{B}$$

$Q = R_Q$, G_Q y B_Q se llaman valores triestímulos para el estimulo de color Q. **R; G** y **B**, denotan a los colores primarios.

$$Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i$$

Sustituyendo la representación de Q_i, obtenemos:

$$Q = \sum_{i=1}^{n} Q_i = \left(\sum_{i=1}^{n} R_{Qi}\right)\mathbf{R} + \left(\sum_{i=1}^{n} G_{Qi}\right)\mathbf{G} + \left(\sum_{i=1}^{n} B_{Qi}\right)\mathbf{B}$$

De esta ecuación, los valores triestimulos se representa por la suma.

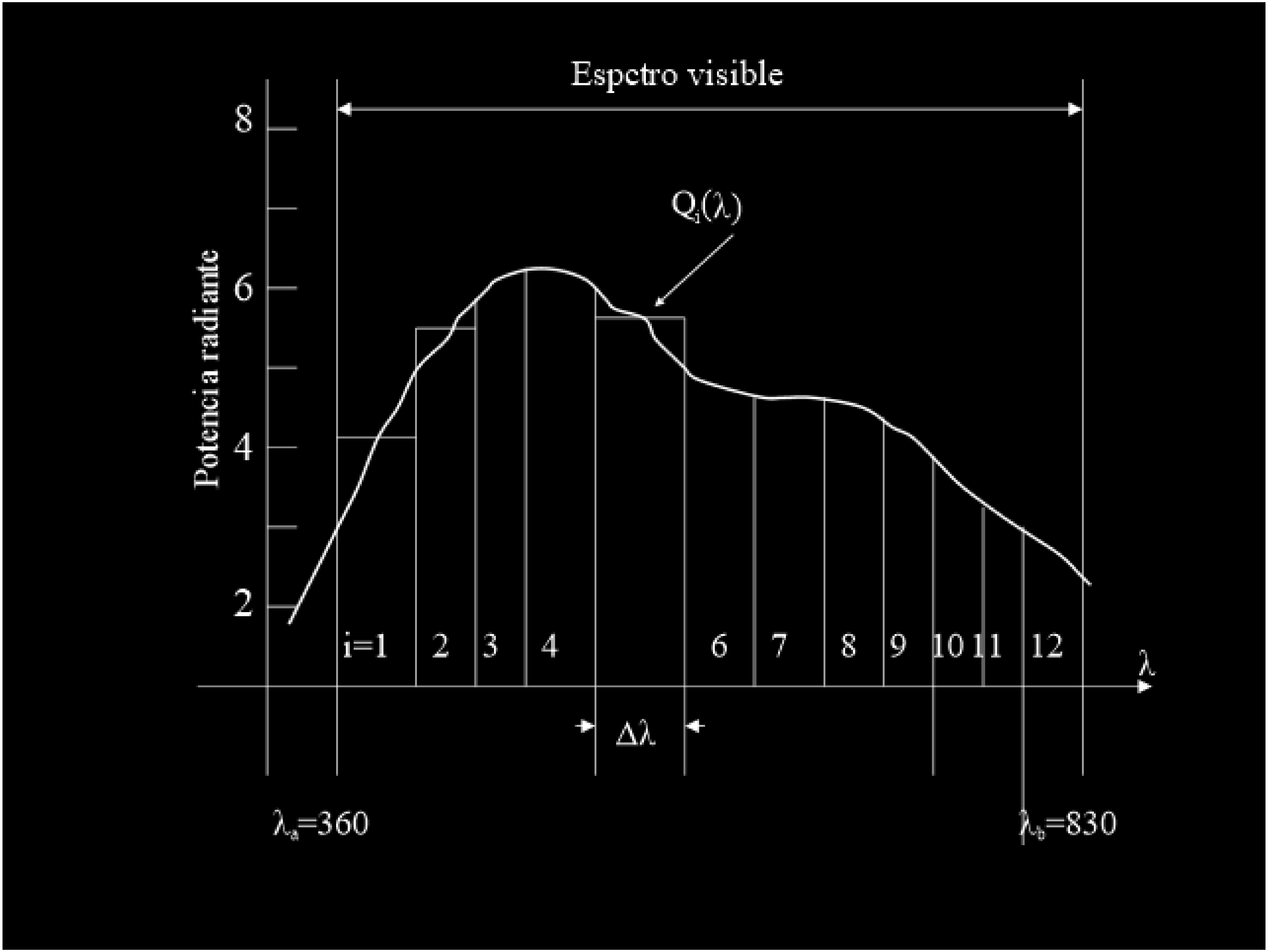
Reescribiendo tenemos que:

$$\mathrm{Q} = \mathrm{R_Q}\,\mathbf{R} + \mathrm{G_Q}\,\mathbf{G} + \mathrm{B_Q}\,\mathbf{B}$$

Sustituyendo el resultado de la ecuación anterior:

$$R_Q = \sum_{i=1}^{n} R_{Q_i} \qquad G_Q = \sum_{i=1}^{n} G_{Q_i} \qquad \& \qquad B_Q \sum_{i=1}^{n} B_{Q_i}$$

Es la expresión para los valores triestíulos

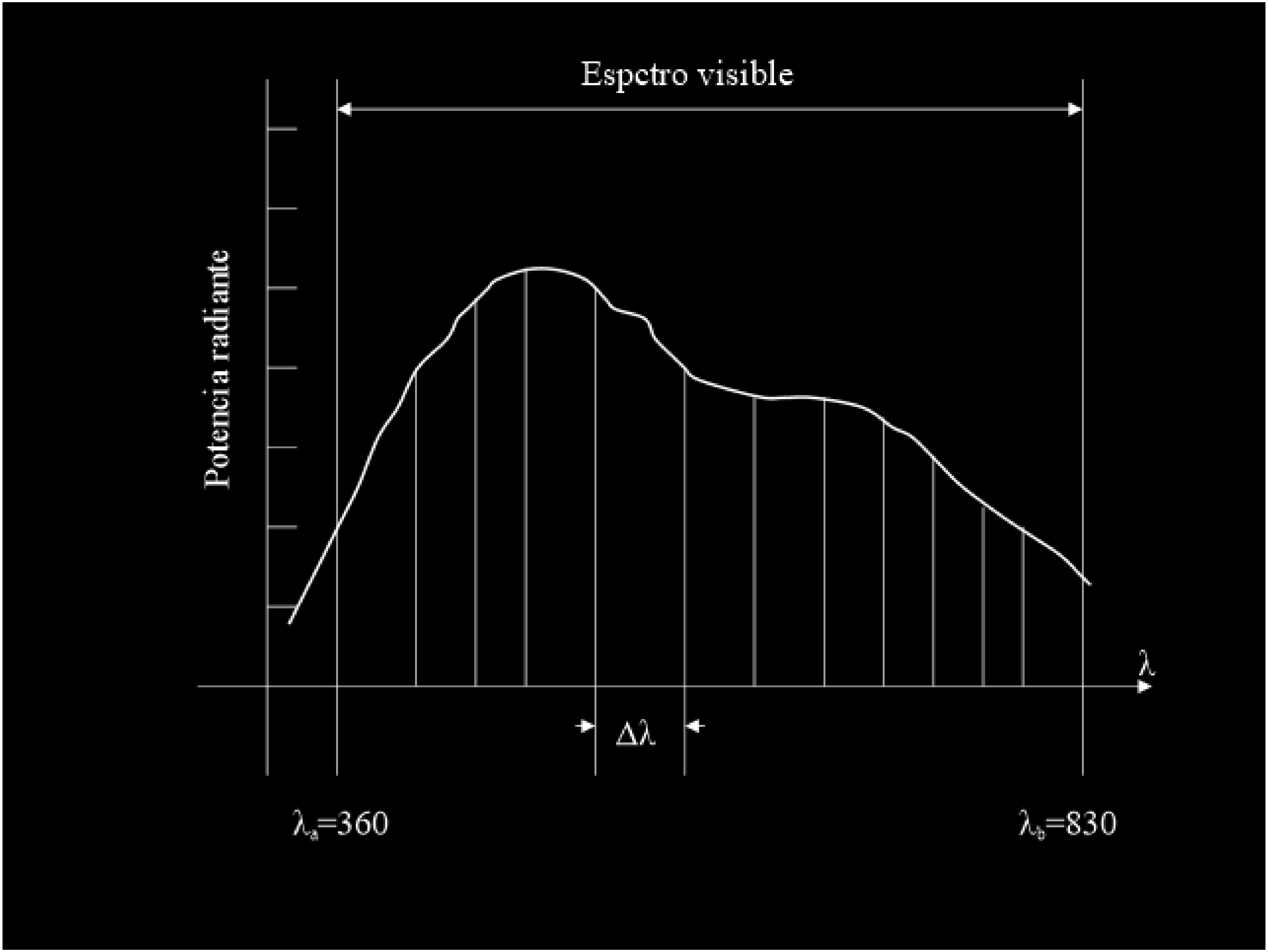

Espctro visible
8
6
4
2
Potencia radiante
$Q_i(\lambda)$
i=1
2
3
4
6
7
8
9
10
11
12
λ
$\Delta\lambda$
λ_a=360
λ_b=830

El argumento de la mezcla aditiva puede ser llevado a un caso límite en el cual el número de los intervalos de longitud de onda aumenta, mientras que el ancho de dichos intervalos disminuye.

En este caso el límite de la suma es

$$lim_{\Delta\lambda \to 0} \sum_{i=1}^{n} Q_i(\lambda)\Delta\lambda = Q$$

El límite de la suma Q es el área bajo la curva definida por la concentración espectral



Espctro visible
Potencia radiante
λ
Δλ
λa=360
λb=830

Denotamos cada pedazo Q_i por su área. En primera aproximación se trata de un rectángulo base x altura, y en el caso infinitesimal, Q_i es el área bajo la curva.

$$\int_{\lambda_a}^{\lambda_b} Q(\lambda)d\lambda = lim_{\Delta\lambda \to 0} \sum_{i=1}^{n} Q_\lambda \Delta\lambda$$

Normalmente la subdivisión del espectro visible en intervalos de onda de igual tamaño simplifica el
proceso y la ecuación anterior se puede escribir como:

$$Q(\lambda) = \int_{\lambda_a}^{\lambda_b} Q(\lambda)d\lambda = lim_{\Delta\lambda \to 0} \sum_{i=1}^{n} Q_\lambda \Delta\lambda$$

La cantidad $Q(\lambda)\, d\lambda$ representa la potencia radiante en el intervalo de longitud de onda $d\lambda$ centrado en la longitud de onda λ

Esto se llama el estímulo monocromático de longitud de onda λ y lo vamos a denotar por Q_λ

$$Q_\lambda = R_\lambda \boldsymbol{R} + G_\lambda \boldsymbol{G} + B_\lambda \boldsymbol{B}$$

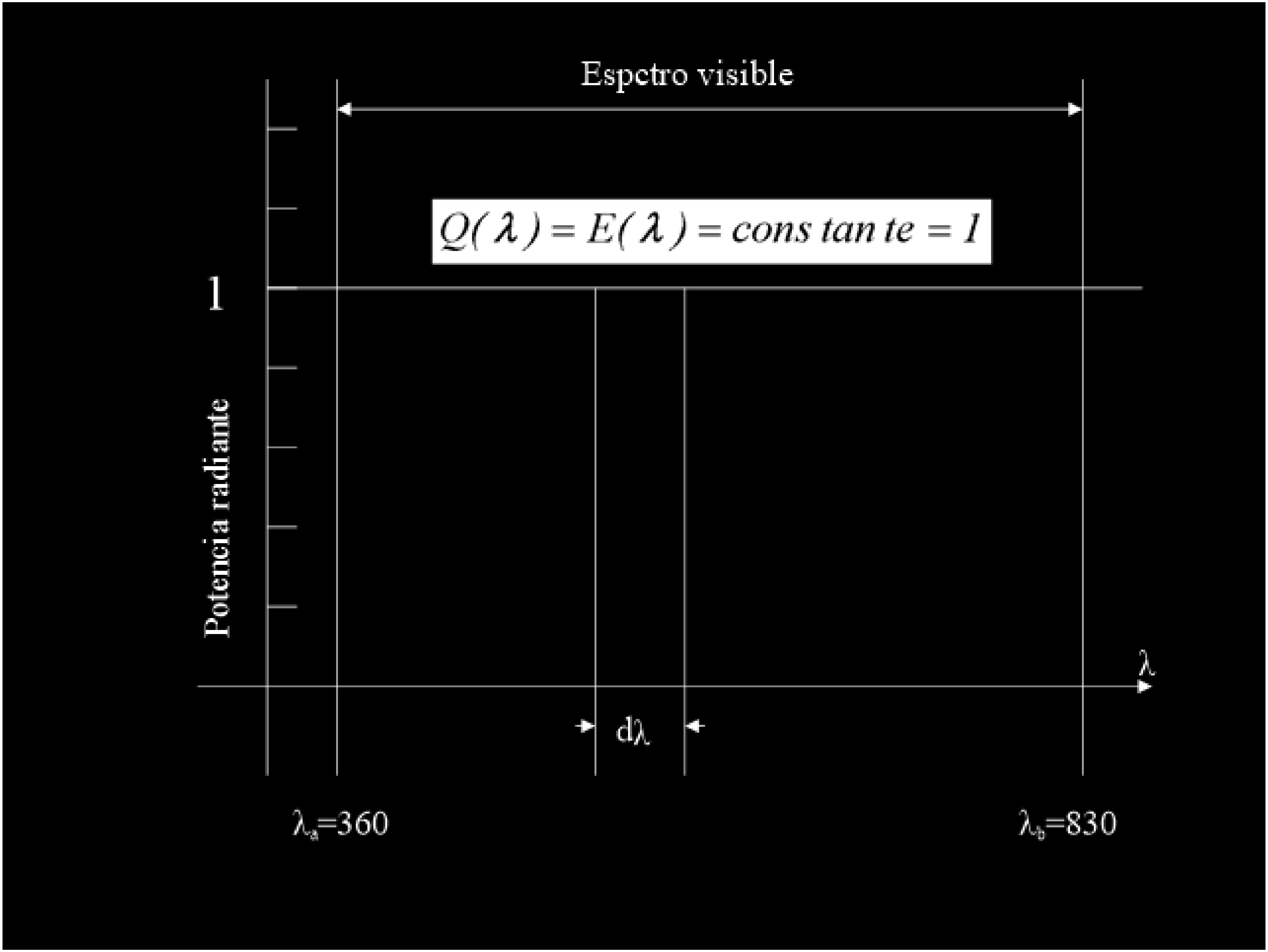
Donde R_λ, G_λ y B_λ son los valores triestimulos de Q_λ a los cuales se les conoce como valores triestimulos espectrales.

Una característica particular e importante de este conjunto de valores triestimulos se obtiene cuando el estimulo Q tiene radiancia unitaria:

$$Q(\lambda) = E(\lambda) = cons\,tan\,te = 1$$

para toda λ a lo largo del espectro visible

A este tipo de estímulos se les llama estímulos de igual energía y lo vamos a denotar por E, sus constituyentes monocromáticos los vamos a denotar por E_{λ}. Su distribución espectral E(λ) es uniforme a lo largo de todo el espectro.



Espctro visible
$Q(\lambda) = E(\lambda) = cons\ tan\ te = 1$
1
Potencia radiante
λ
$d\lambda$
λ_a=360
λ_b=830

En este caso denotamos el estímulo cromático Q_λ por E_λ.

Las ecuaciones de igualación del color, también les cambiamos de nombre de:

$$\boxed{Q_\lambda = R_\lambda \vec{R} + G_{\lambda_i} \vec{G} + B_\lambda \vec{B}}$$

a:

$$\boxed{E_\lambda = \bar{r}_\lambda \vec{R} + \bar{r}_{\lambda_i} \vec{G} + \bar{b}_\lambda \vec{B}}$$

Donde r_λ, g_λ y b_λ son los valores triestímulos espectrales de E_λ.

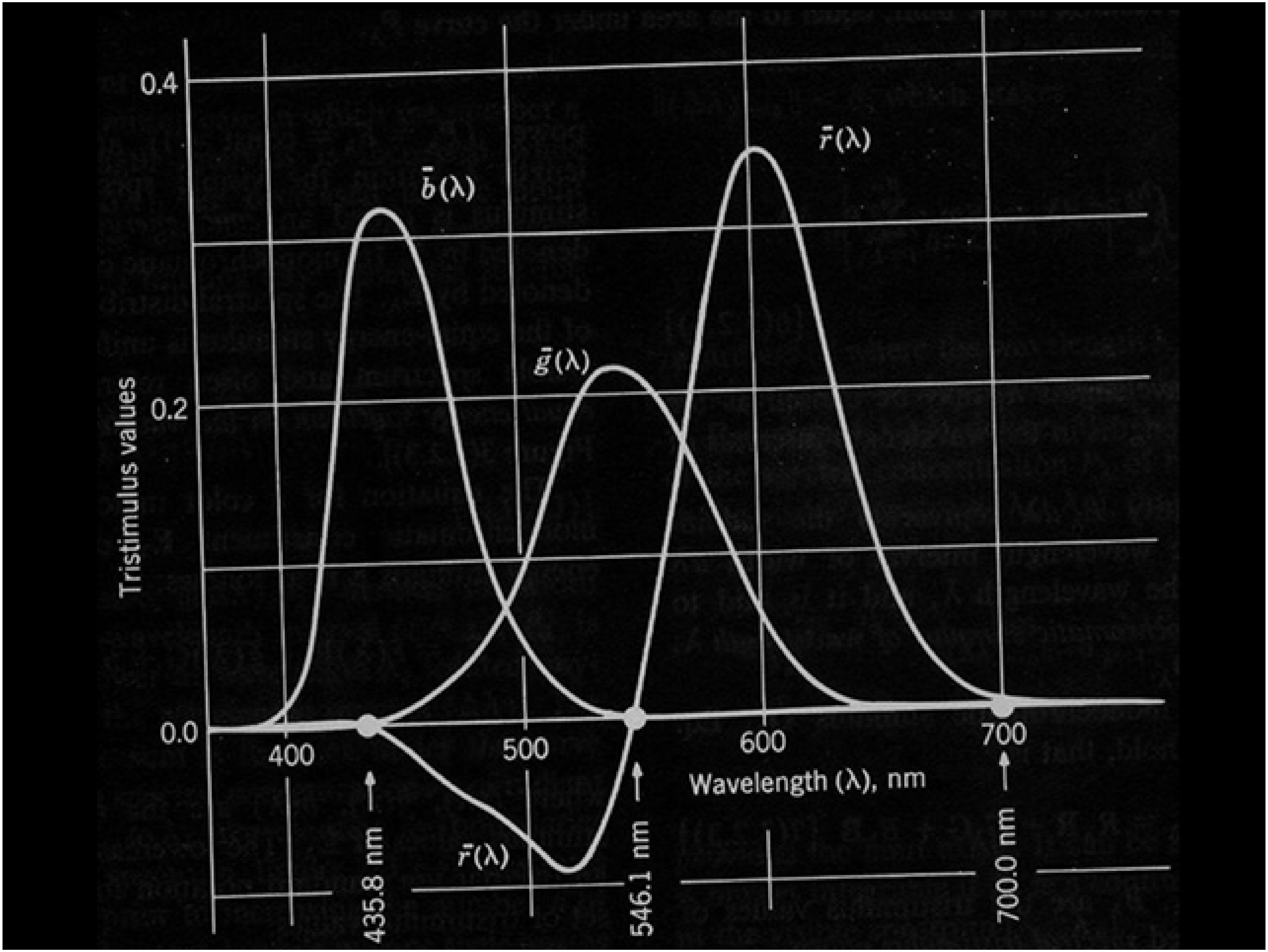
La gráfica siguiente muestra los resultados de un experimento de igualación de color de un observador con visión normal tricromática.

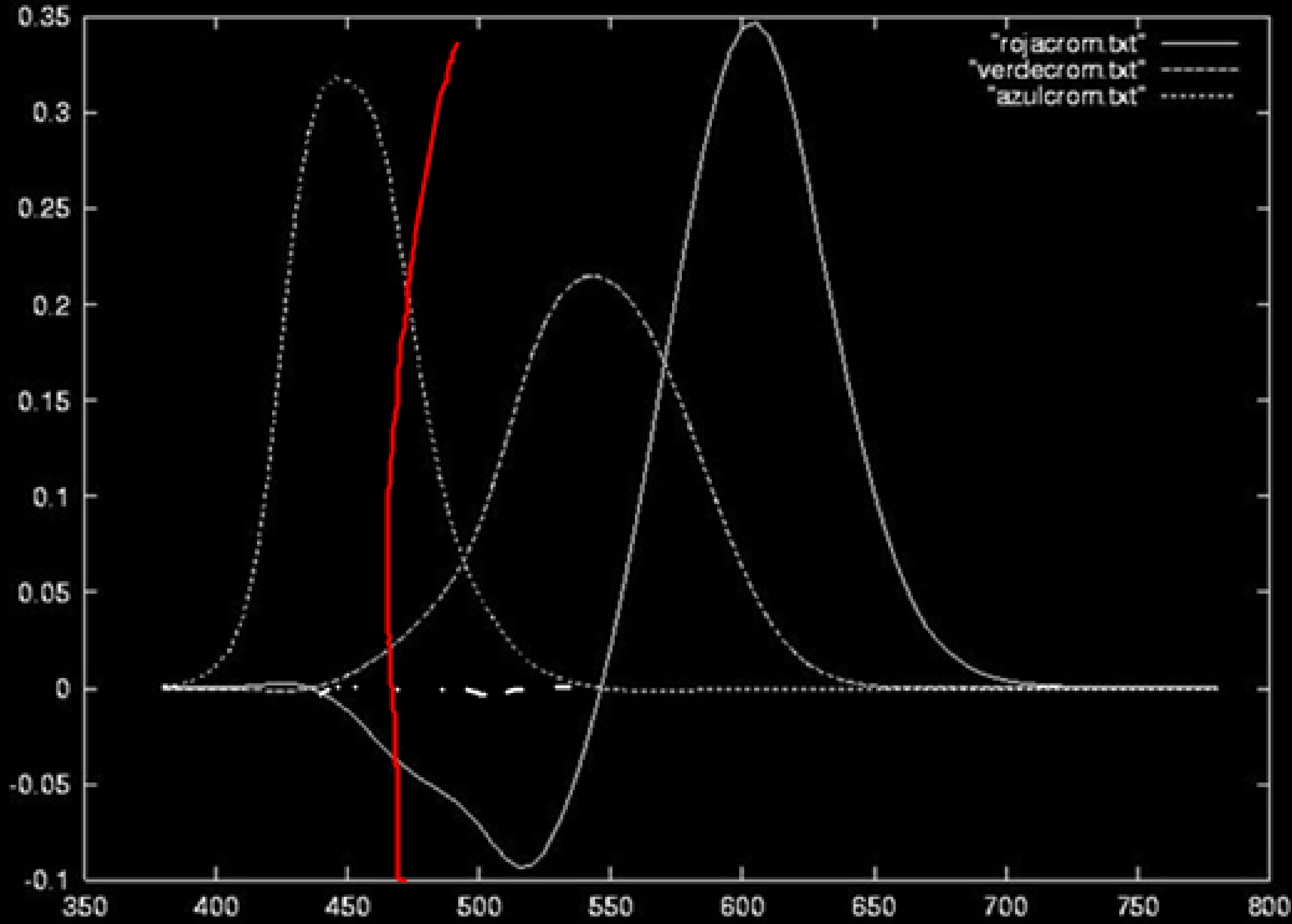
El experimento fue realizado aun ángulo de 2 grados

El estimulo de energía de potencia unitaria $E(\lambda)$ va desde 380 a 760.

Los estímulos primarios se fijaron a λ_R= 700, λ_G=546.1 y λ_G= 435.8 nm.

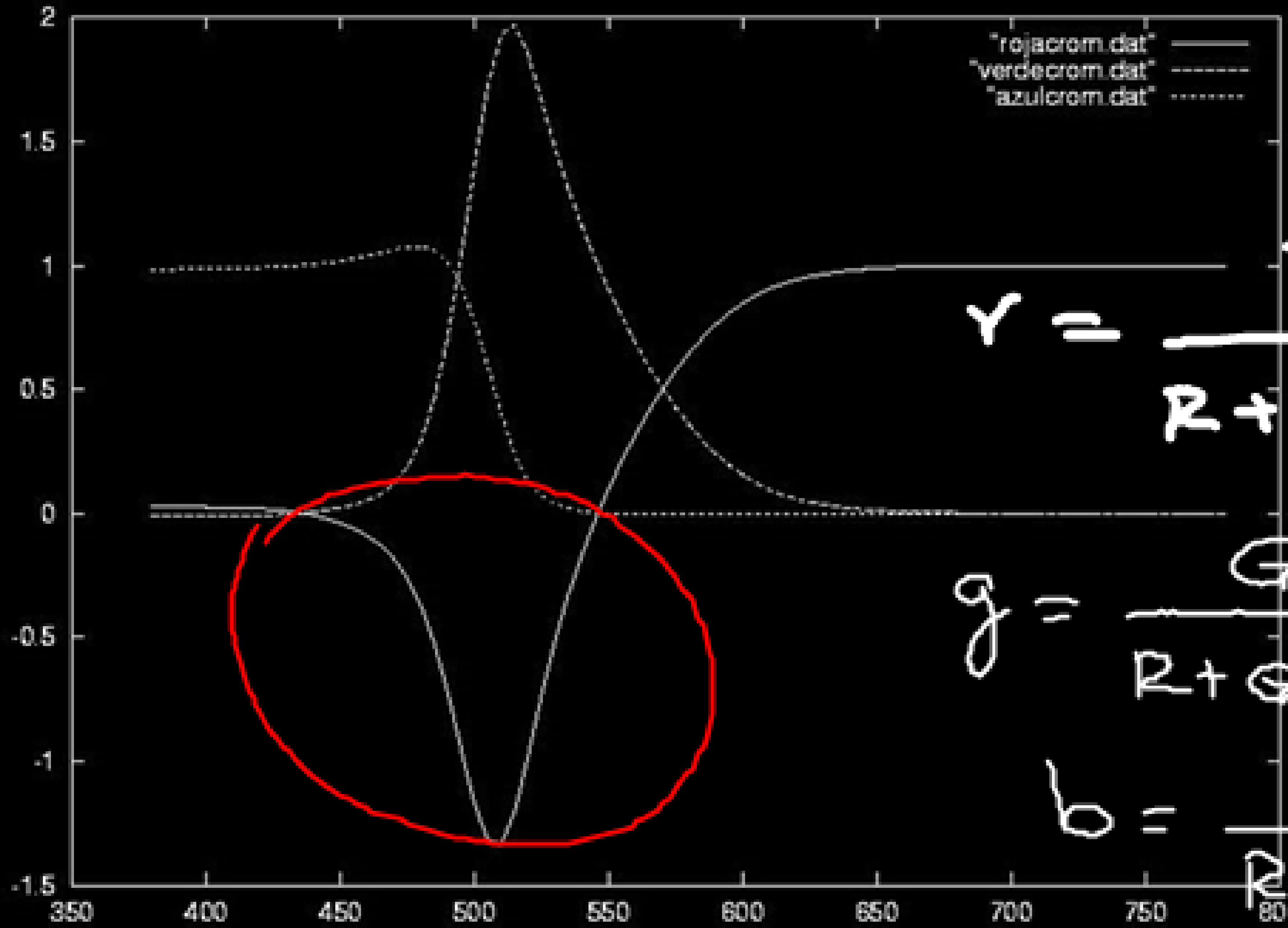
El punto de igual eneregia E, se encuentra en el centro del diagrama de cromaticidades. Esto es r_E=g_E=0.333


0.4
0.2
0.0
Tristimulus values
$\bar{b}(\lambda)$
$\bar{g}(\lambda)$
$\bar{r}(\lambda)$
$\bar{r}(\lambda)$
400
500
600
700
Wavelength (λ), nm
435.8 nm
546.1 nm
700.0 nm



Valores triestimulos espectrales r g b de potencia radiante unitaria r= 700 nm, g=546.1 b=435.8 nm.

Suma $r+g+b=1=\dfrac{R+G+B}{R+G+B}$



$$r=\frac{R}{R+G+B}$$

$$g=\frac{G}{R+G+B}$$

$$b=\frac{B}{R+G+B}$$

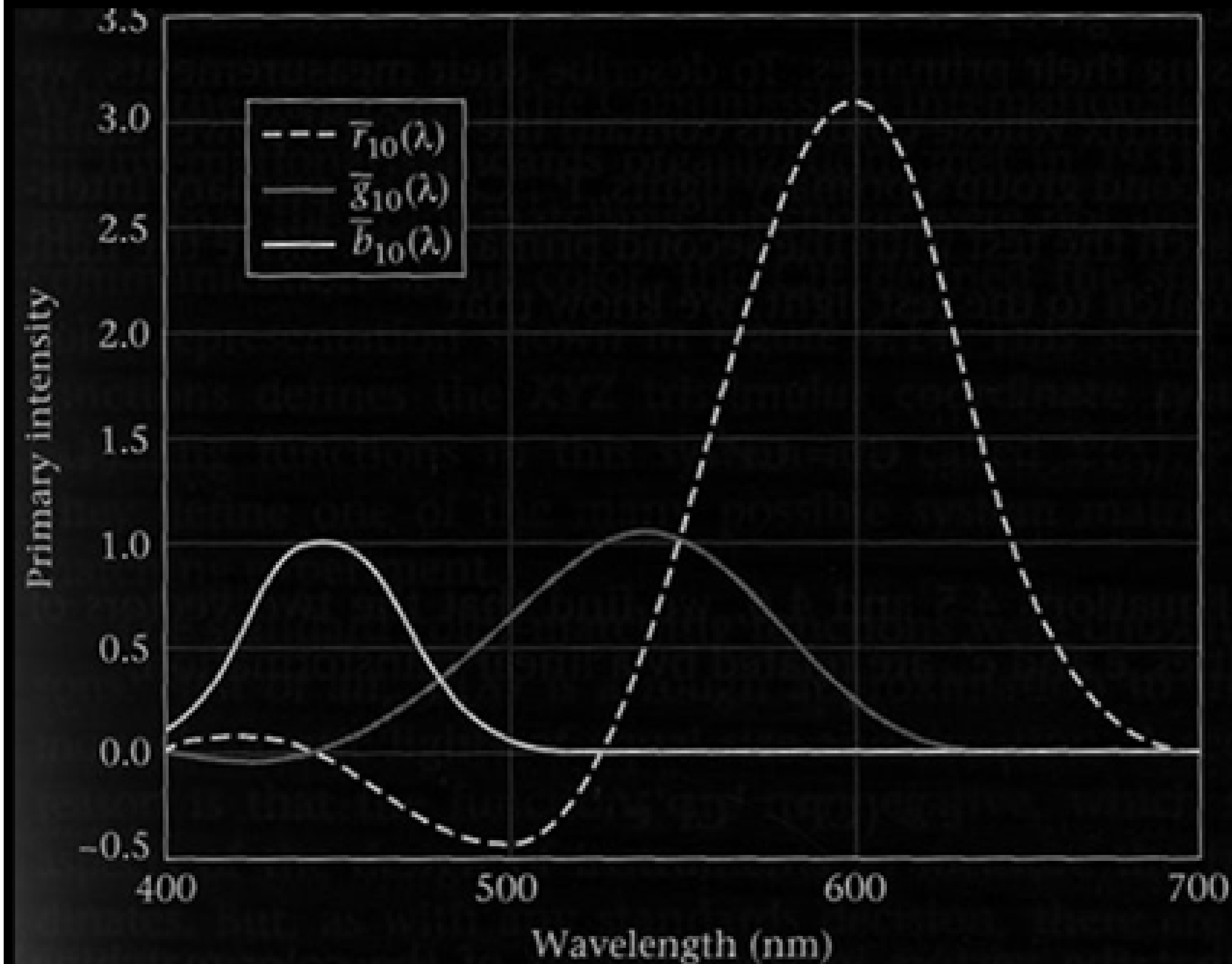
Para ilustrar el uso de la gráfica mostrada anteriormente, consideremos el estimulo de color localizado a $\lambda = 475$.
En esta longitud de onda se lee que

$$\bar{r}(475) = -0.045 \qquad \bar{g}(475) = 0.032 \qquad \bar{r}(475) = 0.186.$$

Usando la notación inical (igualacion de color)

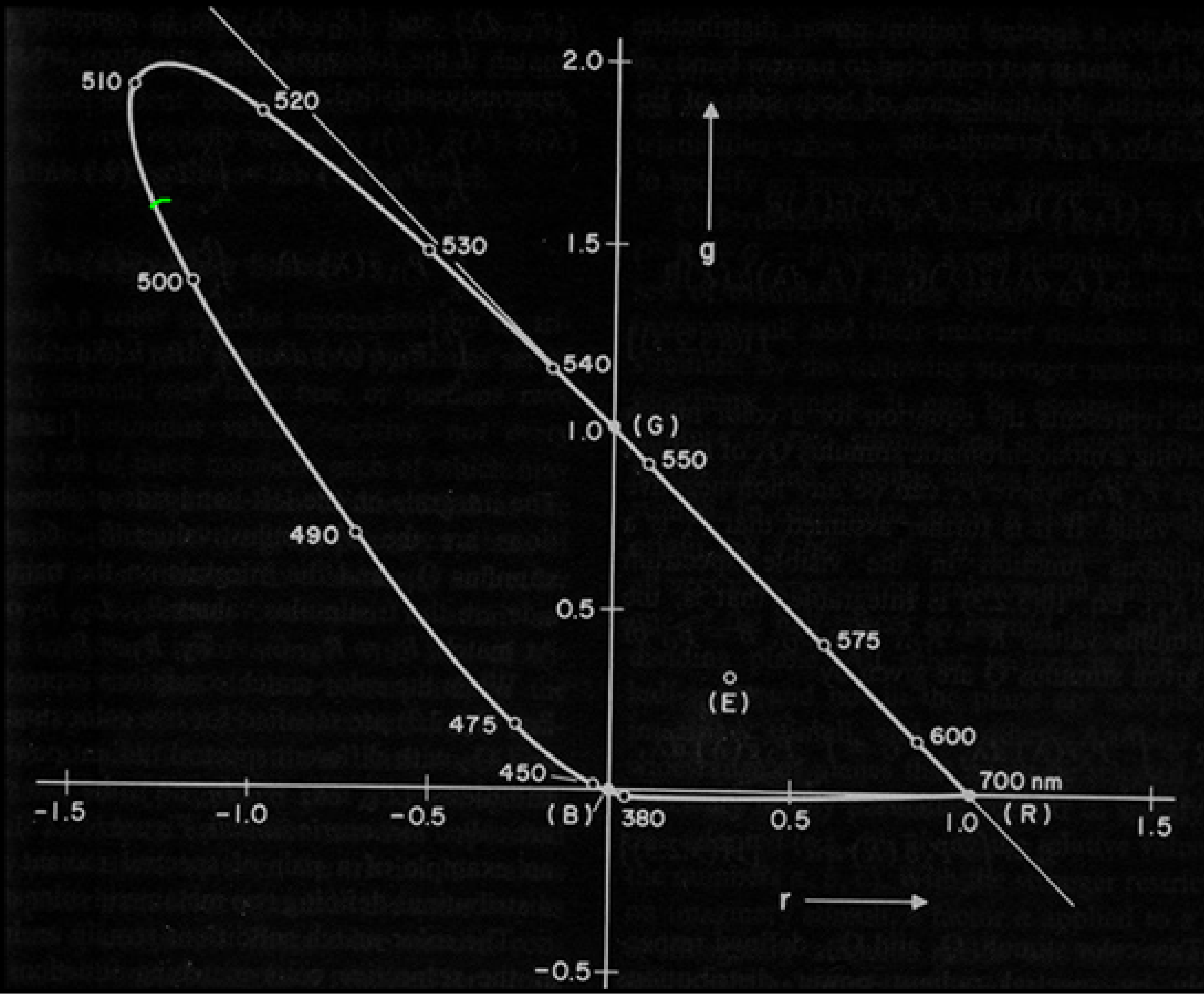
$$E_{475} = -0.045\vec{R} + 0.032\vec{G} + 0.186\vec{B}$$

La cantidad negativa de Rojo significa que se le tiene que agregar al estimulo E_{475} para poder desaturarlo.

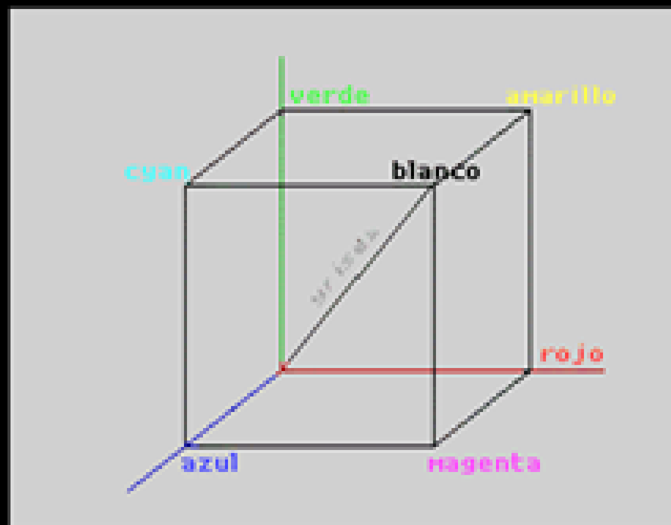


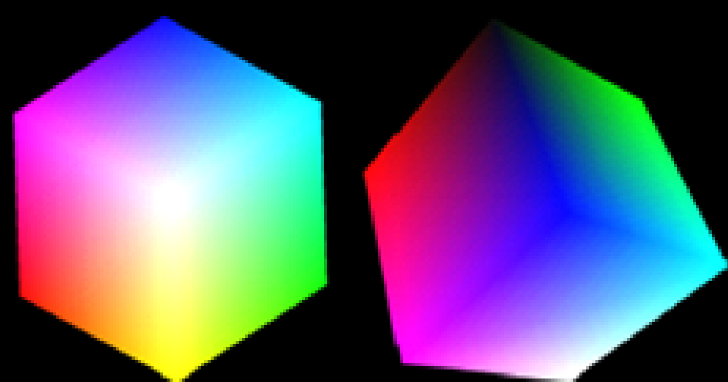
4.13 THE COLOR-MATCHING FUNCTIONS ARE THE ROWS OF THE COLOR-MATCHING SYSTEM MATRIX. The functions measured by Stiles and Burch (1959) using a 10-degree bipartite field and primary lights at the wavelengths 645.2 nm, 525.3 nm, and 444.4 nm with unit radiant power are shown. The three functions in this figure are called $\bar{r}_{10}(\lambda)$, $\bar{g}_{10}(\lambda)$, and $\bar{b}_{10}(\lambda)$.

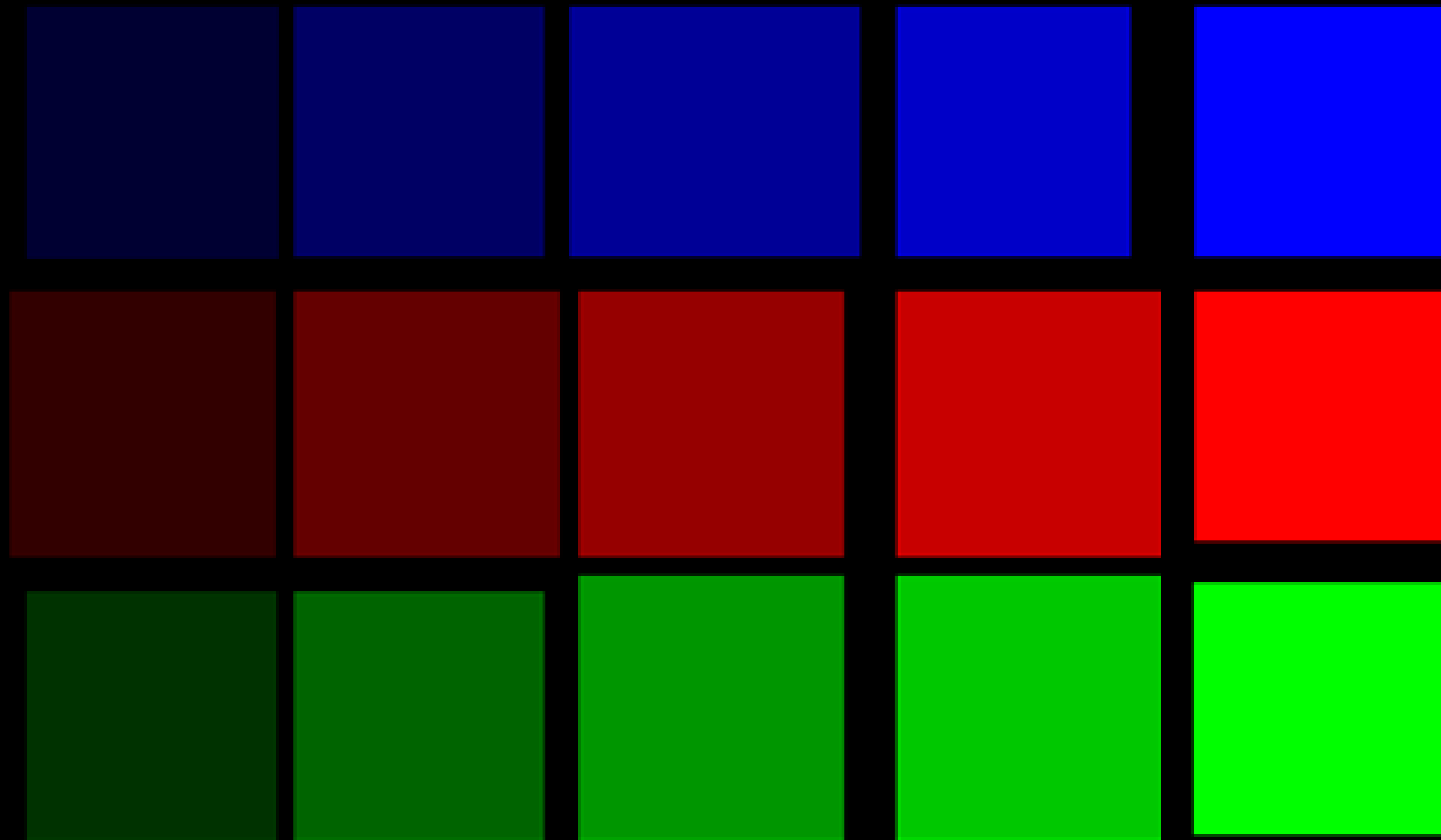
E_{475}=-0.045**R**+0.032**G**+0.186**B**



Espacio de Color RGB

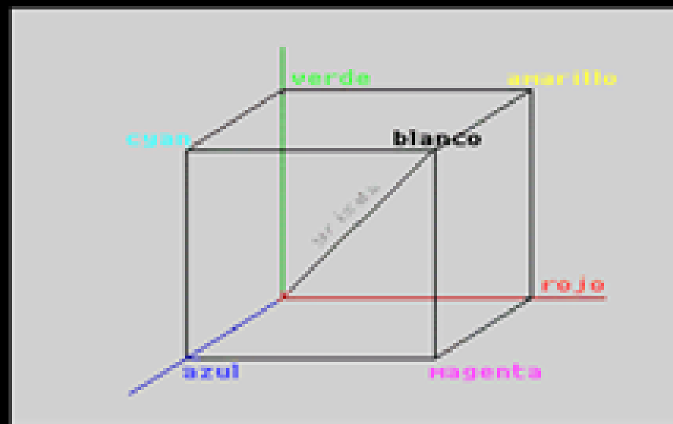






Imágenes a lo largo de los ejes, variacion de 50 en 50

Ejemplos e interpretación

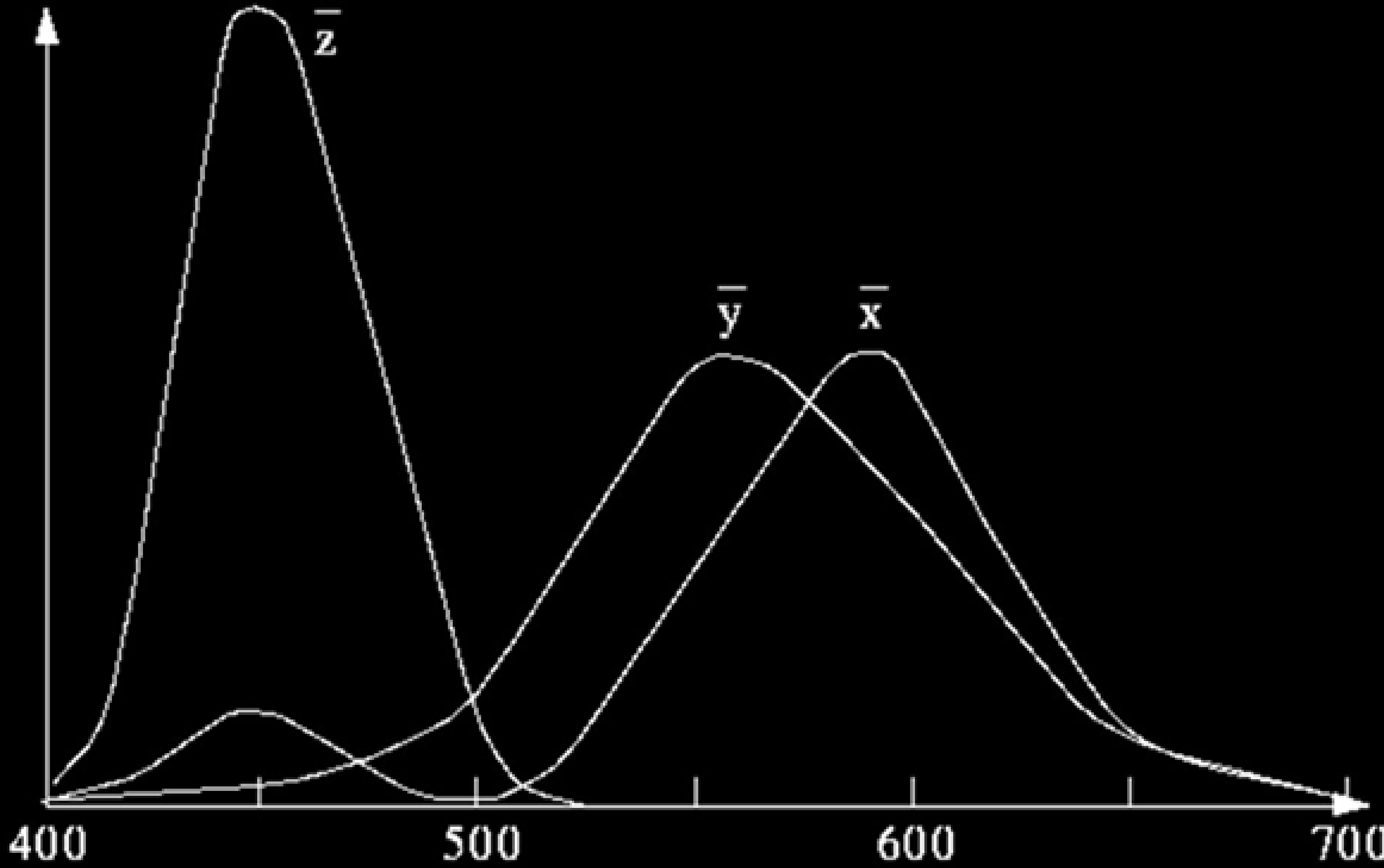


Ejemplo 1:

$$r = \frac{55}{55+55+55} = \frac{1}{3} \qquad g = \frac{55}{55+55+55} = \frac{1}{3} \qquad b = \frac{55}{55+55+55} = \frac{1}{3}$$

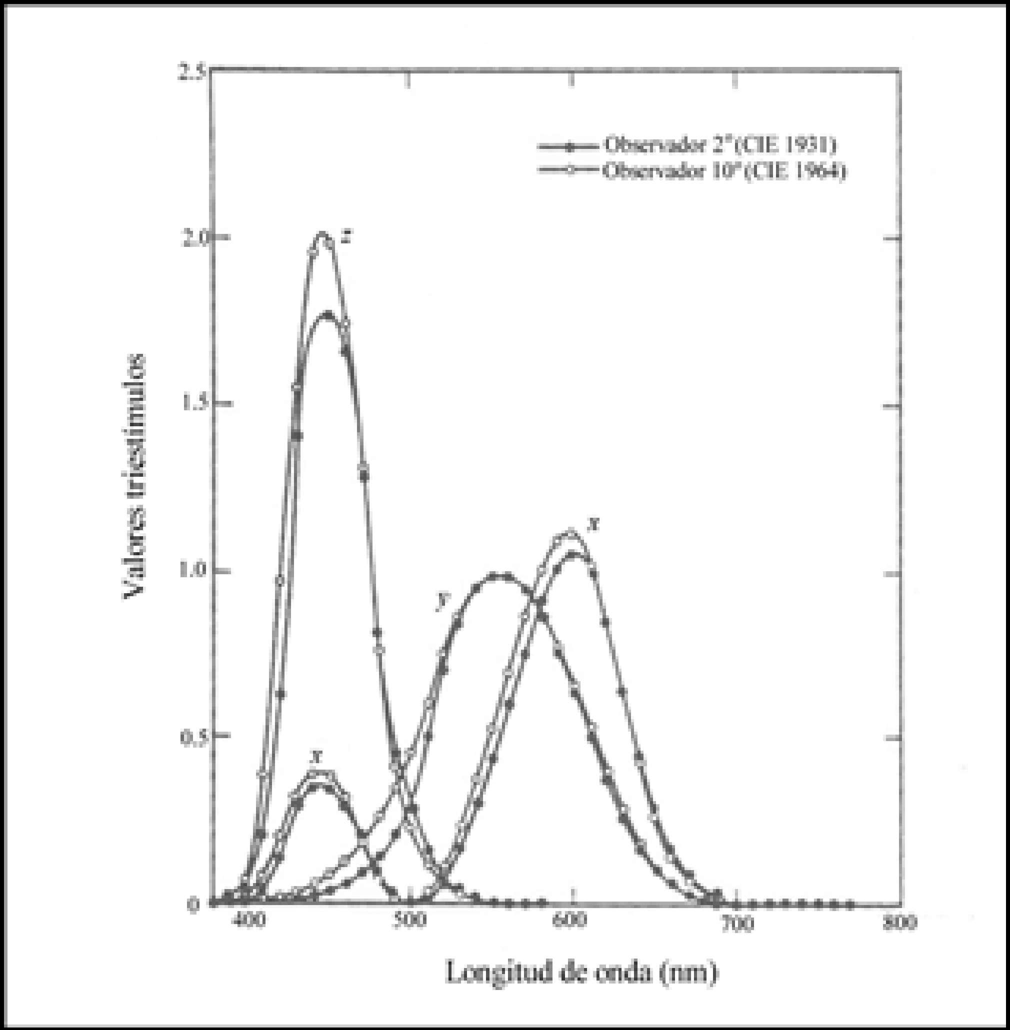
$$r = \frac{105}{105+105+105} = \frac{1}{3} \qquad g = \frac{105}{105+105+105} = \frac{1}{3} \qquad b = \frac{105}{105+105+105} = \frac{1}{3}$$

$$r = \frac{205}{205+205+205} = \frac{1}{3} \qquad g = \frac{205}{205+205+205} = \frac{1}{3} \qquad b = \frac{205}{205+205+205} = \frac{1}{3}$$

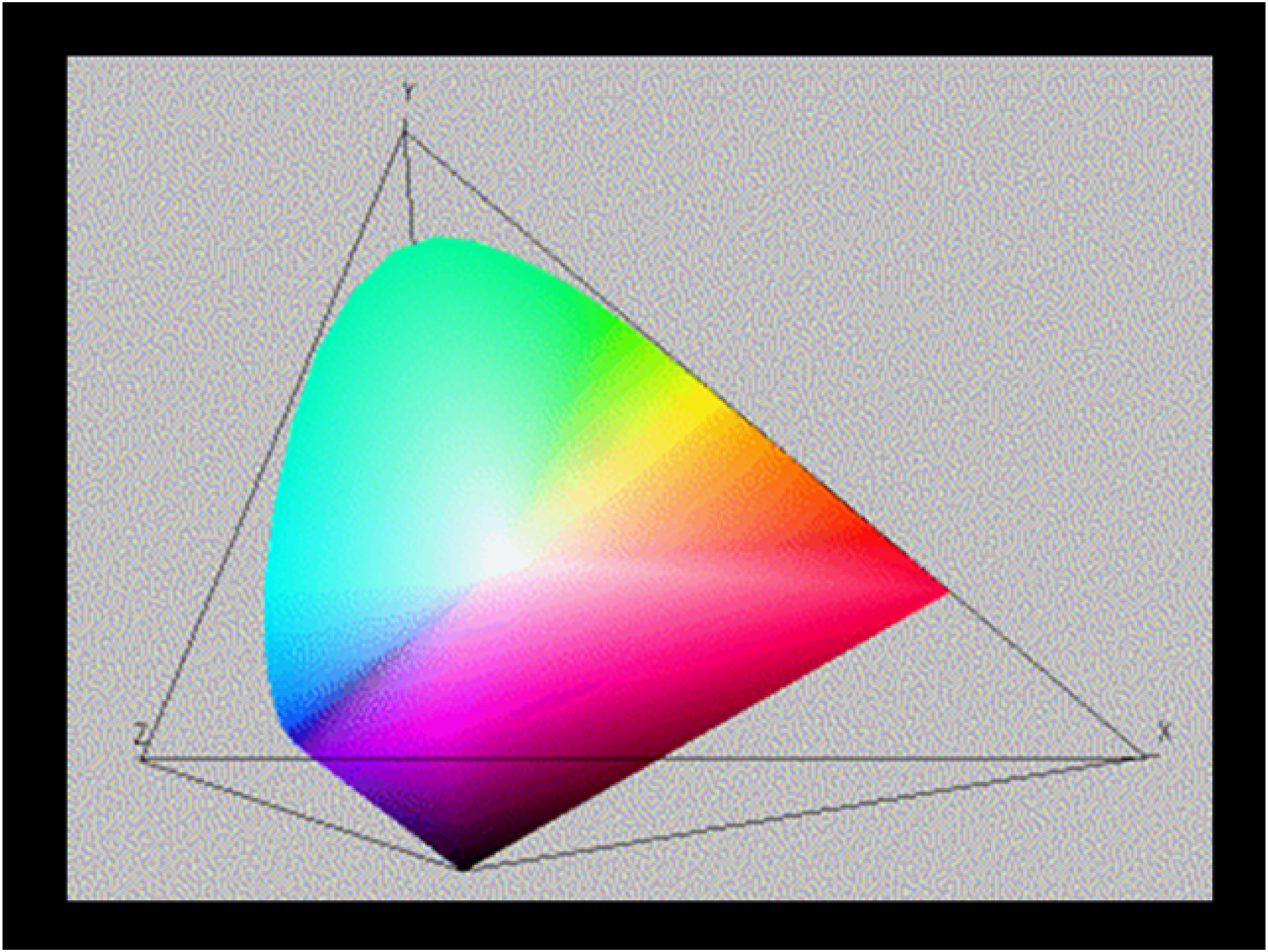


In 1931, the CIE defined three standard primaries **(X, Y, Z)**. The **Y** primary was intentionally chosen to be identical to the luminous-efficiency function of human eyes.

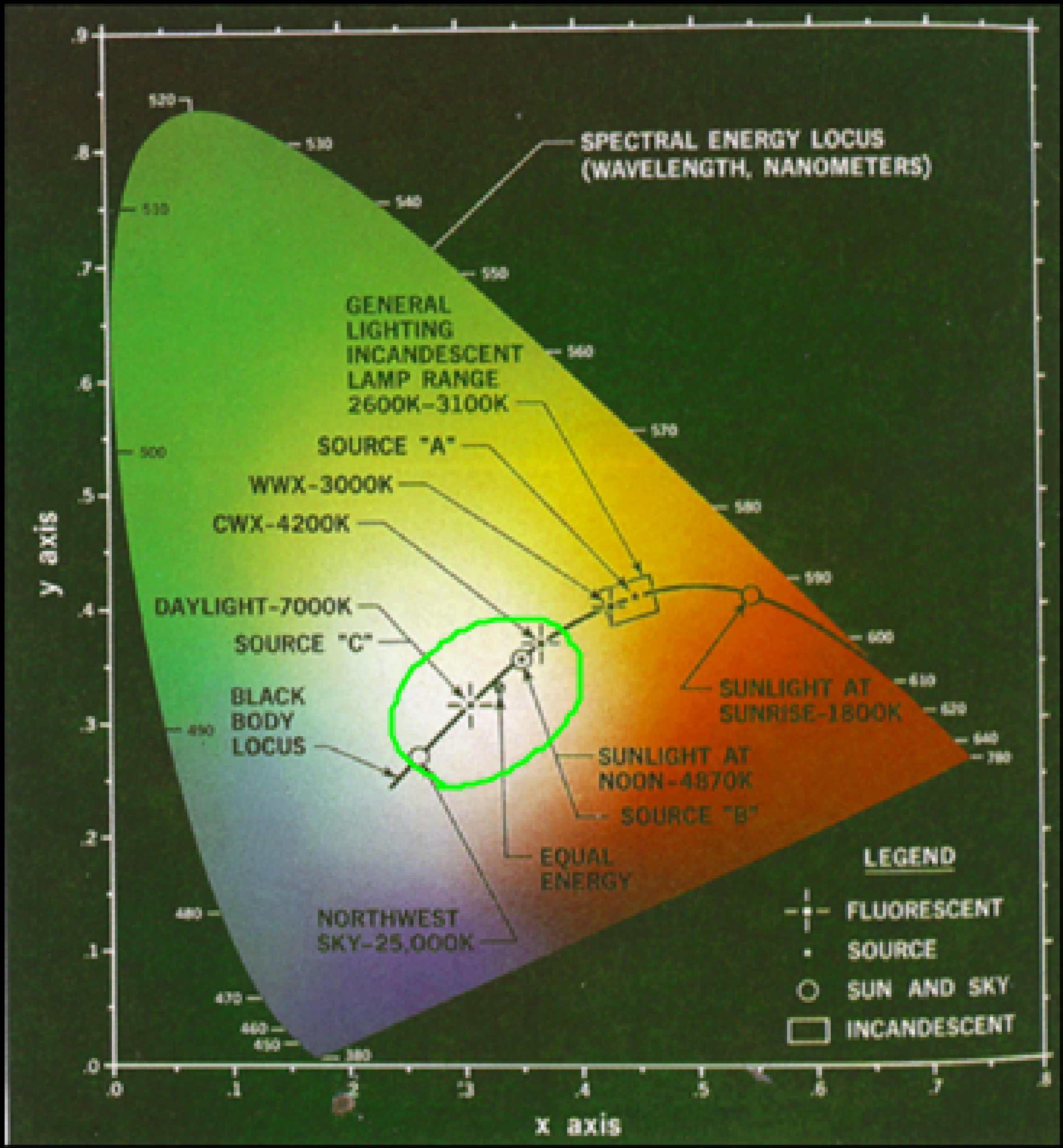
Conceptos básicos de colorimetría



Funciones para la igualación de color ("color-matching" functions) para el observador colorimétrico estándar y el Observador colorimétrico estándar suplementario.


Y
Z
X

CIE x, y



SPECTRAL ENERGY LOCUS
(WAVELENGTH, NANOMETERS)
GENERAL
LIGHTING
INCANDESCENT
LAMP RANGE
2600K-3100K
SOURCE "A"
WWX-3000K
CWX-4200K
DAYLIGHT-7000K
SOURCE "C"
BLACK
BODY
LOCUS
SUNLIGHT AT
SUNRISE-1800K
SUNLIGHT AT
NOON-4870K
SOURCE "B"
EQUAL
ENERGY
NORTHWEST
SKY-25,000K
LEGEND
FLUORESCENT
SOURCE
SUN AND SKY
INCANDESCENT
y axis
x axis

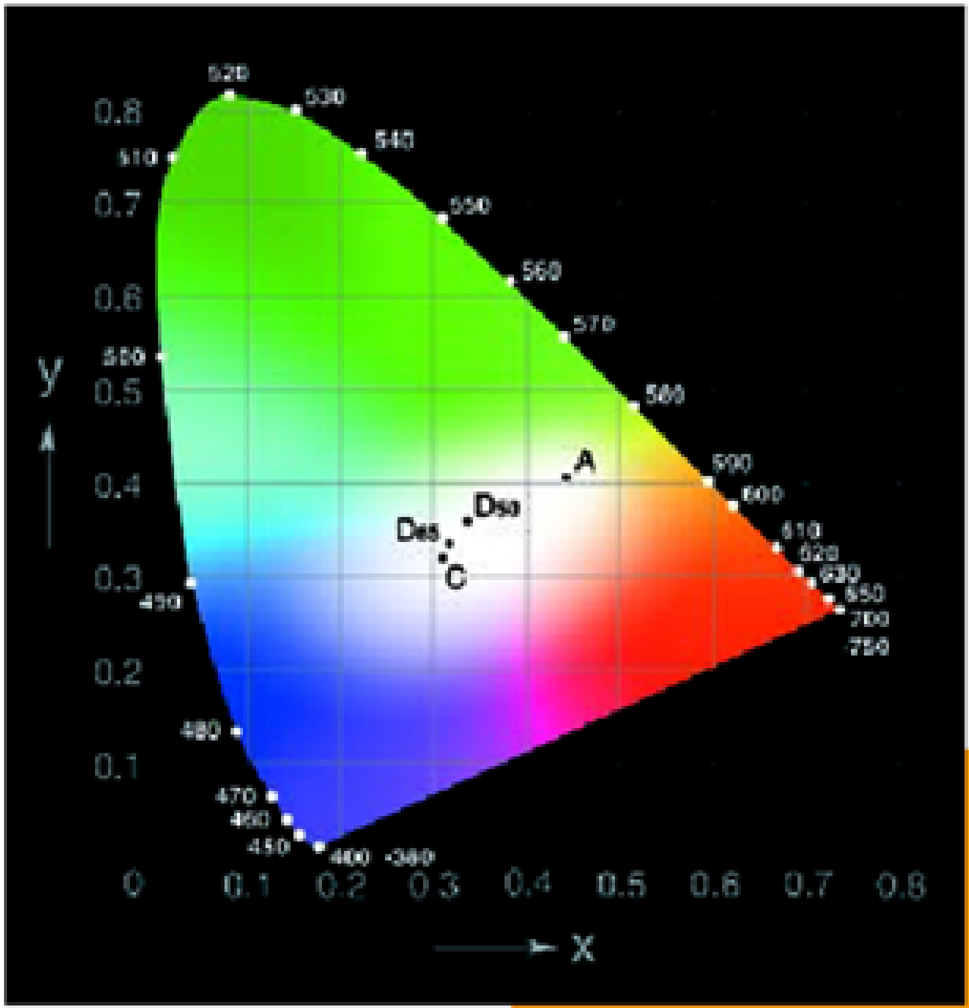


Figure 9: CIE 1931 (x, y) chromaticity diagram

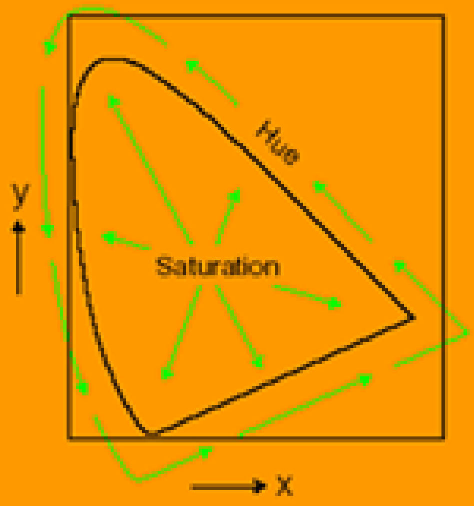
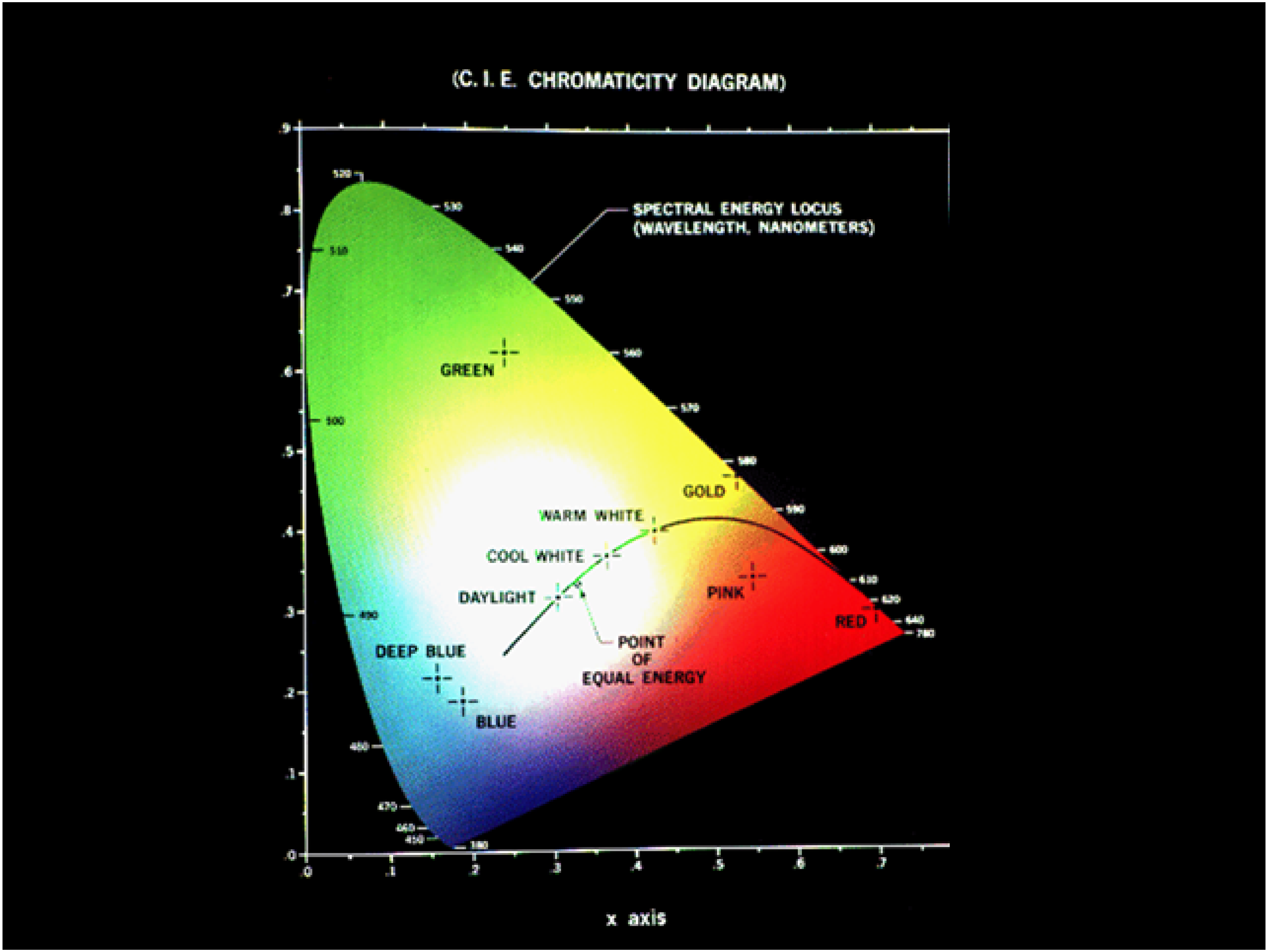
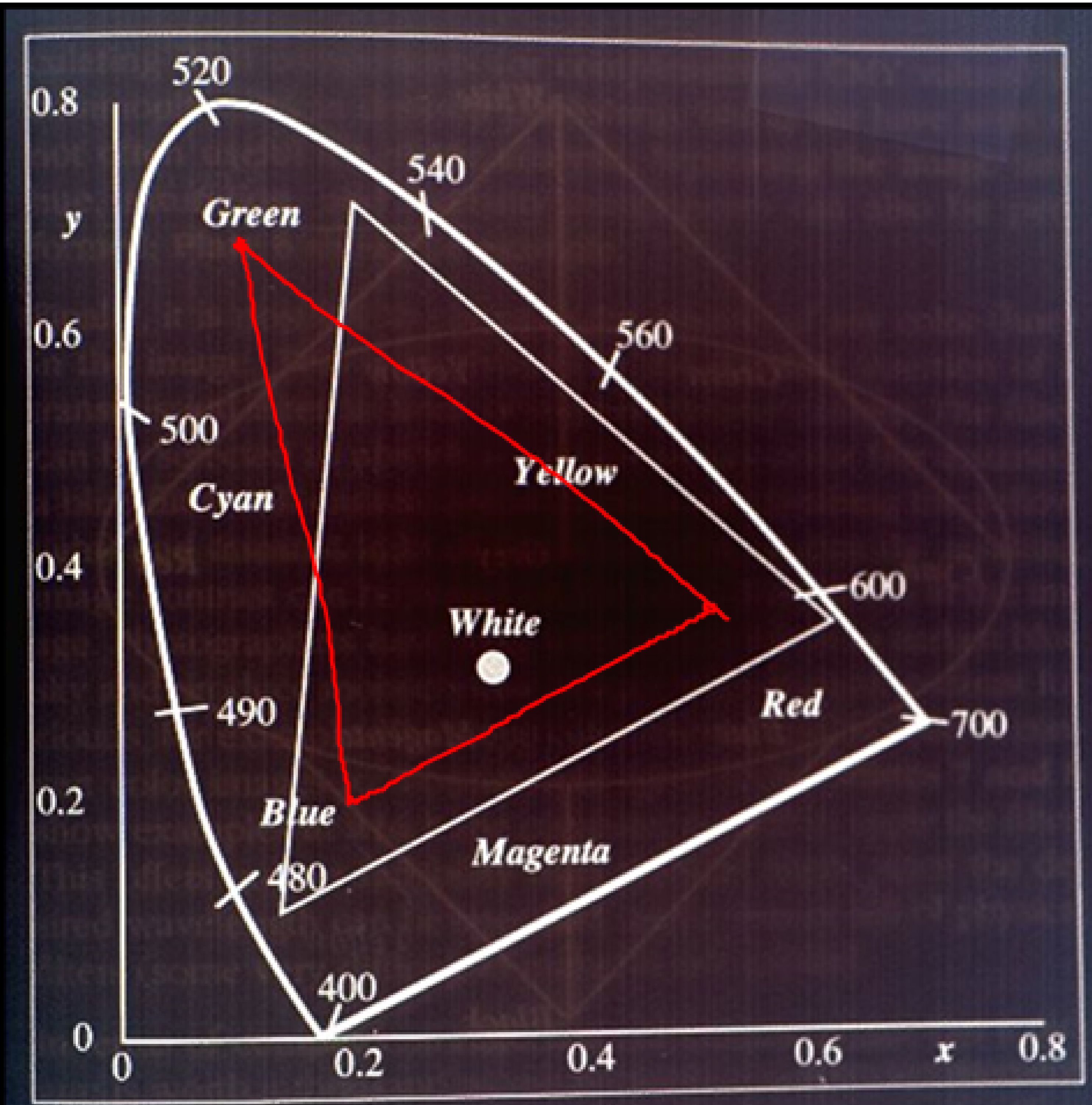


Figure 10: Chromaticity diagram


(C. I. E. CHROMATICITY DIAGRAM)
SPECTRAL ENERGY LOCUS
(WAVELENGTH, NANOMETERS)
GREEN
GOLD
WARM WHITE
COOL WHITE
DAYLIGHT
PINK
RED
POINT
OF
EQUAL ENERGY
DEEP BLUE
BLUE
x axis



520
0.8
540
y
Green
0.6
560
500
Yellow
Cyan
0.4
600
White
490
Red
700
0.2
Blue
Magenta
480
400
0
0
0.2
0.4
0.6
x
0.8

Transformaciones colorimetricas

- Elegimos tres colores primarios **R**, **G** y **B** tal que R**R** +G**G** + B**B** = 0, solo cuando R=G=B=0
- **R**, **G** y **B** son colorimétricamente independientes, y R B y B son un conjunto de números

- Supongamos que elegimos un nuevo conjunto de colores primarios **R'**, **G'** y **B'**, también colorimetricamente independientes.
- También supongamos que elegimos un estímulo de color Q
- $Q = R_Q\mathbf{R}+G_Q\mathbf{G}+B_Q\mathbf{B}$
- $Q = R'_Q\mathbf{R'}+G'_Q\mathbf{G'}+B'_Q\mathbf{B'}$
-

¿Como se relacionan estos dos sistemas de

$$R' = a_{11}\vec{R} + a_{21}\vec{G} + a_{31}\vec{B}$$

$$G' = a_{12}\vec{R} + a_{22}\vec{G} + a_{32}\vec{B}$$

$$B' = a_{13}\vec{R} + a_{23}\vec{G} + a_{33}\vec{B}$$

Matriz de transformación

$$A^* = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{21} & a_{31} \\ a_{12} & a_{22} & a_{32} \\ a_{13} & a_{23} & a_{33} \end{pmatrix}$$

- Características de la matriz A*
- Determinante diferente de cero
- Los elementos de cada renglones son los valores triestimulos.

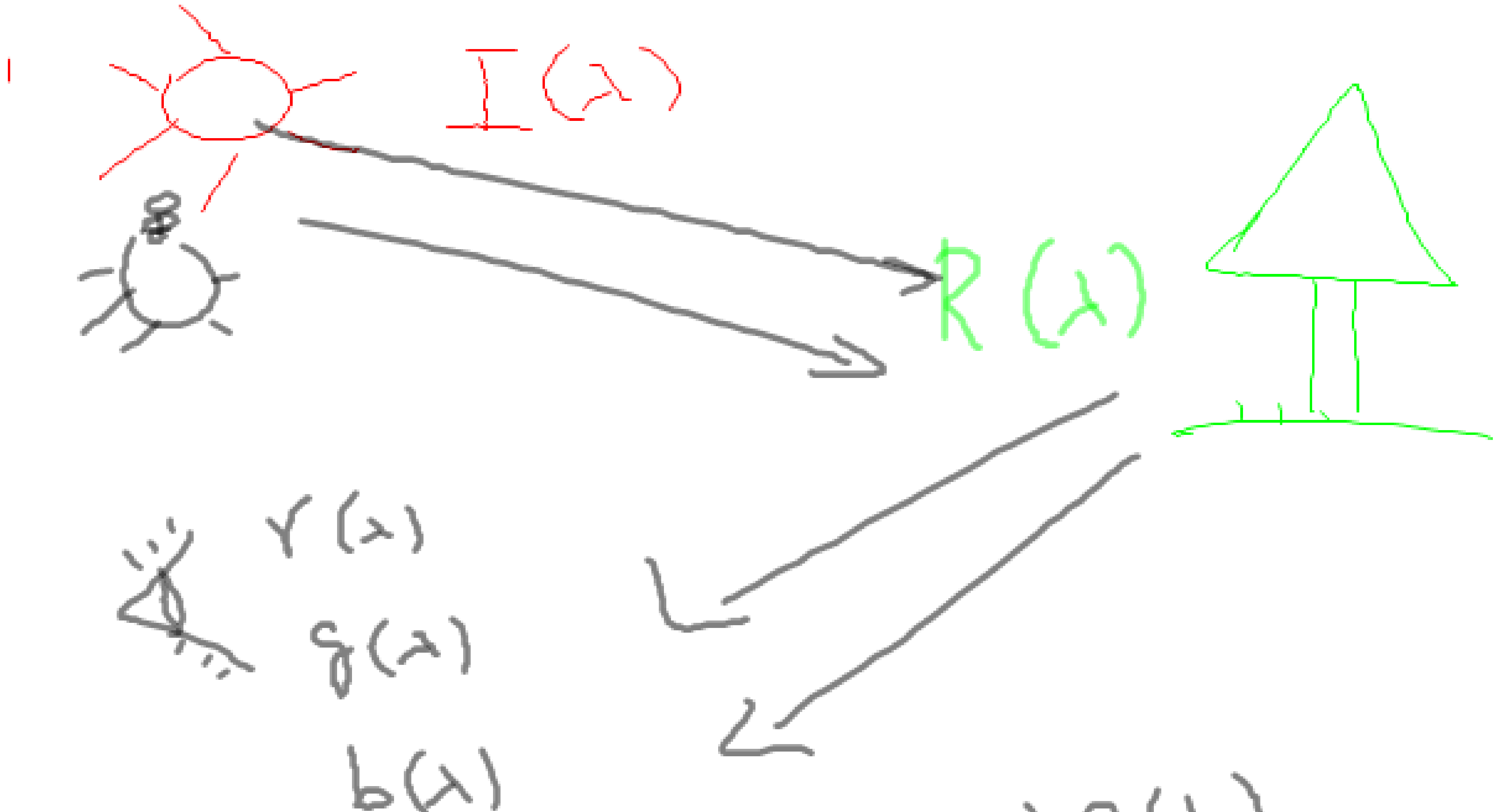
La matriz A, transpuesta de A* es la matriz de tranformacion para los primarios primados.

$$R = a_{11}\vec{R}' + a_{12}\vec{G}' + a_{13}\vec{B}'$$

$$G = a_{21}\vec{R}' + a_{22}\vec{G}' + a_{23}\vec{B}'$$

$$B = a_{31}\vec{R}' + a_{32}\vec{G}' + a_{33}\vec{B}'$$

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$$



$I(\lambda)\ R(\lambda)$

$$Q(\lambda) = \int_{300}^{800} r(\lambda)\, I(\lambda)\, R(\lambda)\, d\lambda$$

- $Q = R\mathbf{R}+G\mathbf{G}+B\mathbf{B}$
- $Q = R'\mathbf{R'}+G'\mathbf{G'}+B'\mathbf{B'}$
- ¿Como se relacionan estos dos conjuntos de valores triestímulos?

¿Como se relacionan las coordenadas cromáticas?

$$R' = b_{11}R + b_{21}G + b_{31}B$$

$$G' = b_{12}R + b_{22}G + b_{32}B$$

$$B' = b_{13}R + b_{23}G + b_{33}B$$