



IV CONGRESO NACIONAL DE TECNOLOGÍA APLICADA A CIENCIAS DE LA SALUD

"Generación de Nuevas Técnicas de Diagnóstico y Tratamiento"

6, 7 y 8 de Junio de 2013, Tonantzintla, Cholula, Puebla



DINÁMICA ANUDADA DE LA ACTIVIDAD CARDIACA

Rivas-Cisneros Daniel E.^a, Díaz-Romero David A.^b

Maestría en Ciencias de la Ingeniería Eléctrica, San Nicolás de los Garza, NL.,
enriquerivascisneros@hotmail.com^a, ddiaz.uanl@gmail.com^b

RESUMEN

De acuerdo con el Sistema Nacional de Información de Salud, después de la diabetes, las enfermedades cardiovasculares ocupan actualmente en México, el segundo lugar como causa de muerte tanto en hombres como mujeres [1], así como el primer lugar a nivel mundial [2]. El problema del diagnóstico de enfermedades cardiovasculares es muy complejo, basta decir que la actividad del corazón mismo forma un sistema complejo en si [3,4].

Los problemas cardiacos suelen ser muy variados y diferentes, tanto en sus síntomas como en sus complicaciones; el diagnóstico de patologías cardiacas frecuentemente difiere del padecimiento del paciente [1].

EL objetivo de este trabajo es desarrollar las bases de una metodología que ayude al estudio y eventualmente al diagnóstico de anomalías del corazón utilizando herramientas matemáticas. La teoría de nudos [5,6] es la rama de la topología que se encarga de encontrar diferencias y similitudes en trayectorias cerradas en tres dimensiones [7,8].

En este trabajo se aplica ésta teoría al análisis de trayectorias generadas por el corazón, creando una firma topológica a partir de la dinámica mostrada en un electrocardiograma.

1. INTRODUCCIÓN

La relación entre la medicina y las matemáticas ha variado a través del tiempo, y ha oscilado entre periodos con vínculos casi inexistentes hasta la actualidad, en que no se pueden concebir la investigación y el ejercicio de la medicina sin un conocimiento y/o aplicación de las matemáticas a la práctica. Gracias a sus contribuciones se han logrado conocer factores de riesgo y el comportamiento de las enfermedades [12], entre otras.

La geometría euclidiana, basada en evidencias y deducciones, que el hombre estudió y utilizó por cerca de dos milenios, resulta poco útil ante algunos fenómenos de la naturaleza, las matemáticas basadas en el cálculo y las ecuaciones diferenciales son únicamente aproximaciones del mundo real, perdiendo importancia cuando se trata de explicar el por qué de la composición de las proteínas, el tamaño de los árboles o el comportamiento cardiaco.

A través de los años surgieron nuevas matemáticas, que tienen características cualitativas y cuantitativas que han dado lugar a la topología, a la teoría de nudos, a la teoría del caos y a la geometría fractal, todas relacionadas con la complejidad de los sistemas no lineales. Dichos términos, con nuevas connotaciones están dando lugar a una nueva revolución científica.

El objetivo del proyecto es sentar las bases para una clasificación de anomalías del corazón utilizando métodos topológicos y comprobar que un electrocardiograma o el sistema cardiaco en general puede ser representado por medio de un nudo.



2. TEORÍA

La teoría de nudos es la rama de la topología que, entre otras cosas, se encarga de encontrar diferencias entre trayectorias cerradas, esto quiere decir que con esta herramienta es posible saber si dos trayectorias tienen la misma estructura topológica [8].

Matemáticamente un nudo $\langle K \rangle$ es una curva cerrada en el espacio en tres dimensiones que no se intersectan en ningún lugar. Para realizar un seguimiento de los nudos y las operaciones que se hacen sobre ellos, utilizamos imágenes de nudos llamados proyecciones de nudos [7].

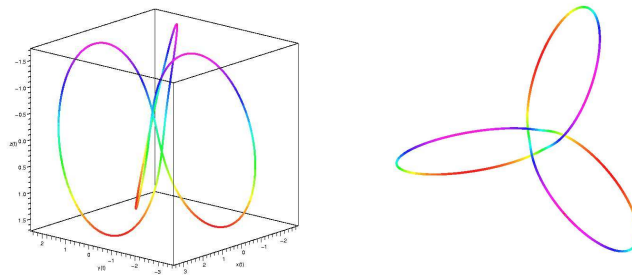


Figura1: Nudo en 3D y su proyección en 2D

El problema fundamental de la teoría de nudos es saber si dos nudos son o no equivalentes. Un camino para probar que dos nudos son equivalentes es usando cantidades a las que llamaremos invariantes polinomiales asociados a cada nudo. Dos nudos con polinomios diferentes son nudos distintos [6].

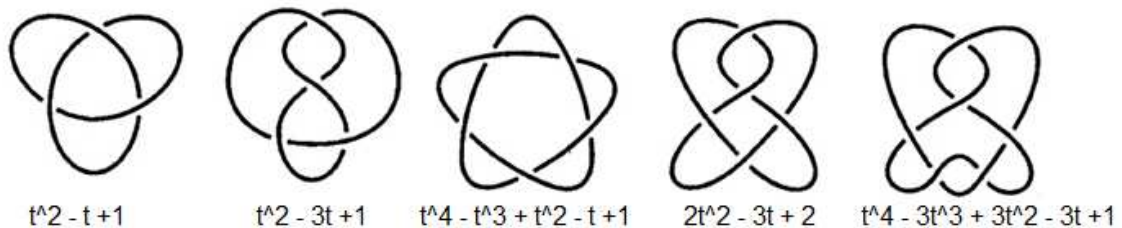


Figura2: Ejemplo de nudos y sus polinomios

En 1928 J.W. Alexander introduce el primer invariante polinomial de nudos. Este invariante hacía posible distinguir si los nudos eran diferentes mostrando que tenían diferentes polinomios asociados a cada nudo. A través de los años se fueron desarrollando nuevos invariantes polinomiales; como el polinomio de H.O.M.F.L.Y., el corchete de Kauffman, el polinomio de Jones, etc.



El primer lugar donde la teoría de nudos encontró aplicaciones fue en la conceptualización del átomo de la materia. En los estudios de Lord Kelvin de la materia, se idealizó la estructura del átomo como una estructura anudada de éter, sin embargo, cuando se comprobó que el éter no existía, esta teoría fue descartada [6].

El debacle de esta teoría dejó en el olvido a la teoría de nudos en el campo aplicado, sin embargo, el descubrimiento del polinomio de Jones revolucionó la teoría de nudos y por ende su aplicación a las disciplinas prácticas. Entre muchos ejemplos podemos citar el caso del estudio de macromoléculas como el ADN en la biología y la química. La teoría de nudos ayuda a los biólogos a estudiar el comportamiento del material genético y conformación en cadena por medio del fenómeno de anudación.

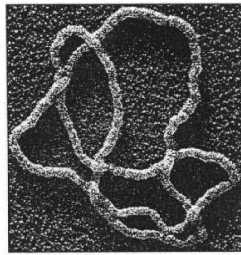


Figura 3: Anudamiento del ADN [9]

3. METODOLOGÍA

La teoría de nudos como se vio anteriormente pretende entre otras cosas diferenciar a un sistema anudado de otro, es decir por medio de esta herramienta es posible saber si dos trayectorias son en realidad la misma estructura. Dado que el electrocardiograma registra una trayectoria generada por la actividad del corazón, haciendo uso de la teoría de nudos se pretende diferenciar entre una variedad de comportamientos del corazón.

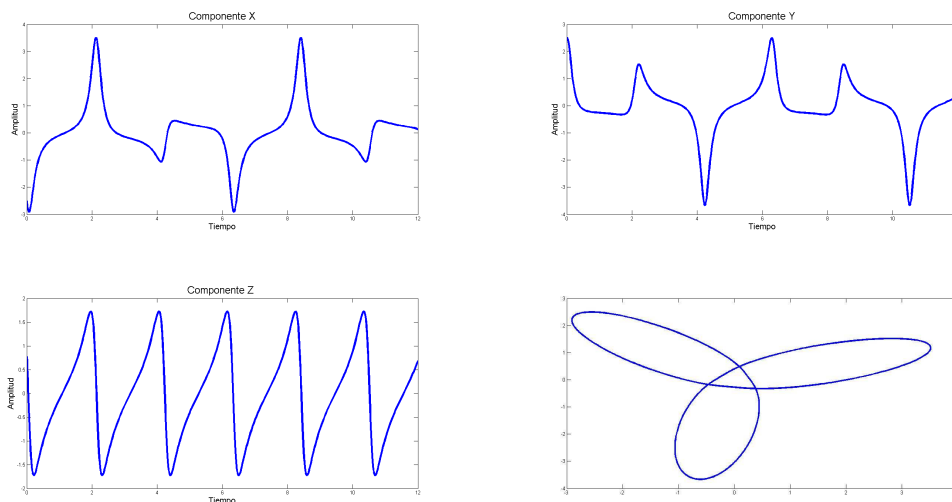


Figura 4: Nudo trébol y sus componentes en (x, y, z)



Algunos sistemas dinámicos oscilatorios con trayectorias tridimensionales pueden ser representados por medio de nudos [10, 11]. En la figura 4 observamos una realización del nudo trébol donde se utilizan tres señales, al ser graficadas obtenemos el nudo trébol en tres dimensiones. A esta trayectoria le corresponde el invariante $t^2 - t + 1$.

Aplicando esta metodología a tres señales obtenidas de los electrocardiogramas, encontramos el nudo que representa a esa señal específica de la actividad del corazón.

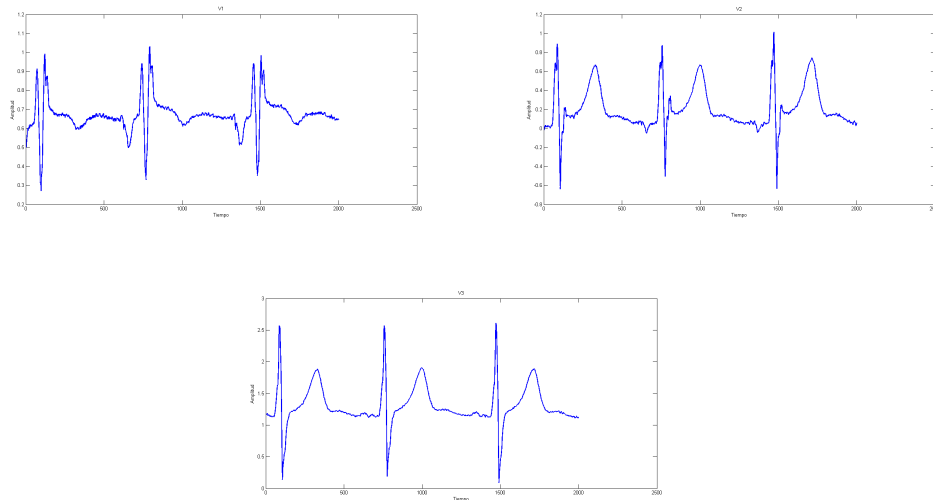


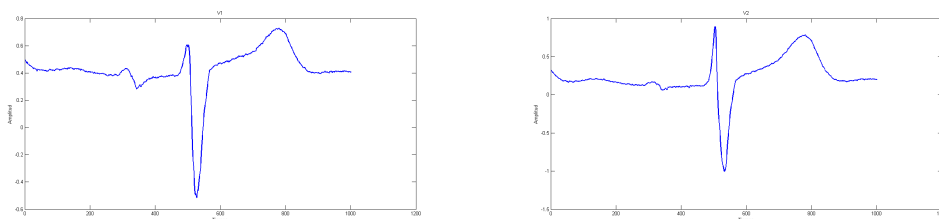
Figura 5: Derivaciones V1, V2 y V3 de un electrocardiograma

Mediante un algoritmo [10] se obtienen los datos que representan el nudo de una actividad cardiaca en específico, que posteriormente, y para agilizar el análisis, se alimentan a un programa externo para calcular el invariante de la curva.

4. RESULTADOS

Los resultados se obtuvieron al aplicar la metodología a un conjunto de señales de electrocardiogramas estándar obtenidos en el portal de physionet (<http://www.physionet.org/cgi-bin/atm/ATM>).

- Paciente 1



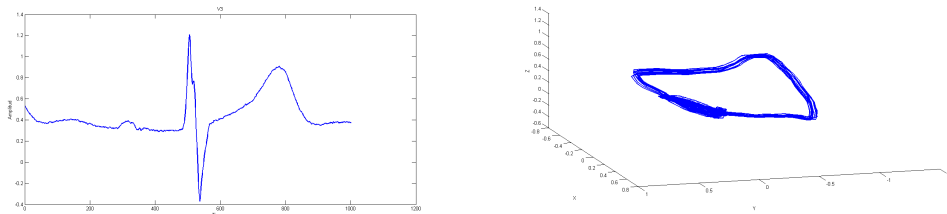


Figura 6: ECG 1 polinomio encontrado (1)

- Paciente 2

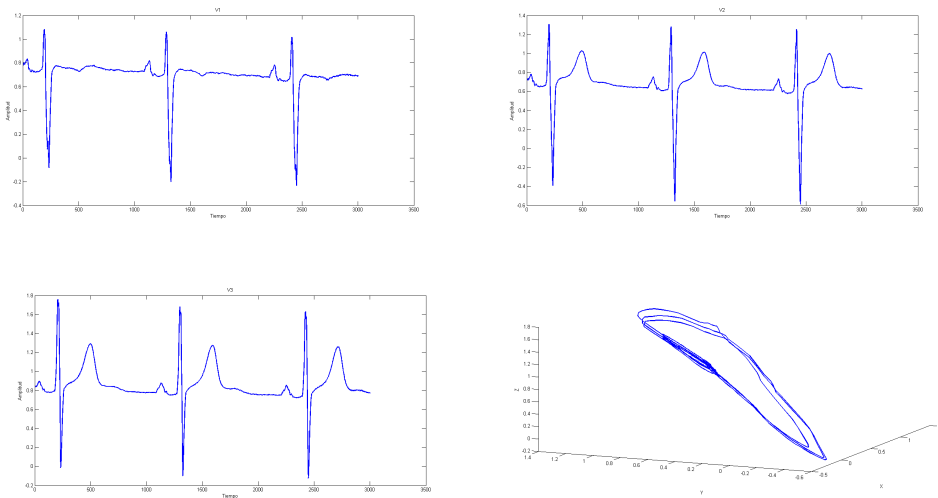


Figura 7: ECG 2 polinomio encontrado (1)

Estos electrocardiogramas pertenecen a personas distintas y podemos observar que obtuvimos el mismo polinomio el cual nos dice que estas dos personas tienen la misma característica de actividad cardíaca.

- Paciente 3

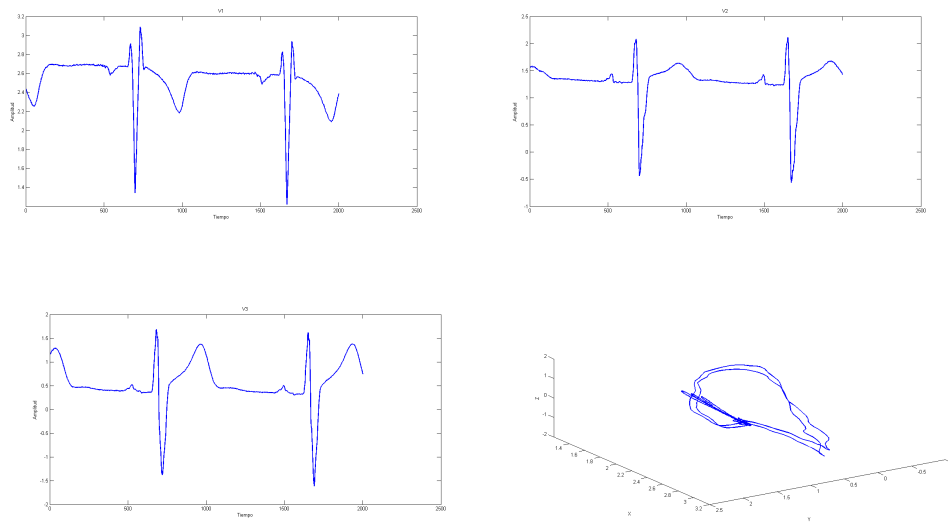


Figura 8: ECG 3 polinomio encontrado ($t^2 - t + 1$)

- Paciente 4

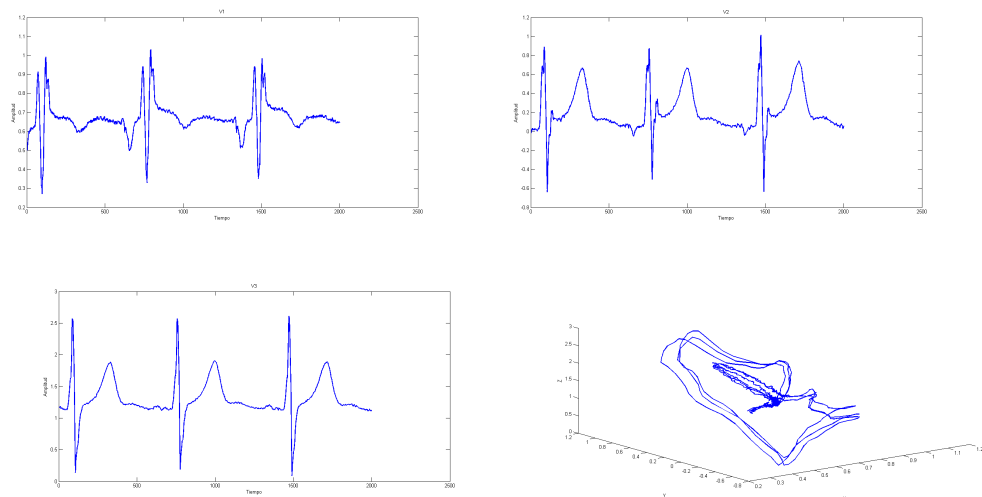


Figura 9: ECG 4 polinomio encontrado ($t^4 - 5t^3 + 7t^2 - 5t + 1$)



En este ejemplo se pueden observar los electrocardiogramas de dos personas diferentes a los pacientes 1 y 2, los polinomios son diferentes entre sí, lo cual indica distinta actividad del corazón.

5. CONCLUSIONES

Se presenta una forma de visualización de la actividad cardiaca basada en la proyección tridimensional de las señales obtenidas a través de un electrocardiograma y su conceptualización como un nudo.

Con los resultados obtenidos se puede observar que utilizando la teoría de nudos es posible diferenciar la dinámica de los electrocardiogramas de pacientes diferentes y así se da lugar a inferir alguna anomalía en la actividad cardiaca del paciente.

AGRADECIMIENTOS

Al Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología (CONACYT) por su apoyo y la beca otorgada para la maestría y así como al proyecto PAICYT-UANL IT574-10.

BIBLIOGRAFÍA

- [1] La UNAM desarrolla métodos para diagnosticar enfermedades cardiovasculares. <http://noticias.Universitarias.net.mx/ciencias-nn-tt/noticias//201>
- [2] Cardiovascular diseases. <http://www.who.int/mediacentre/factsheets/fs317/en/index.html>
- [3] C.S. Peskin, "Mathematical Aspects of Heart Physiology", CIMSP, 1975
- [4] D.C. Michaels, E. P. Matyas, J. Jalife, "Mechanisms of sinoatrial pacemaker synchronization: A new hypothesis," CR, (1987)
- [5]. L.H Kauffman, "The knots and physics" Word Scientific, 1991.
- [6]. C. C. Adams, "The knot Book: An Elementary Introduction to The Mathematical Theory Of Knots". American Soc, 2004
- [7]. D. A. Díaz and S. P. Banks, "Dynamical systems, periodic orbits and knots". Proc. Of the fifth ICCO '2004, (Vol. I):71,2004.
- [8]. G. Buck and J. Simón, "Knots as Dynamical Systems", Topology Appl., 51(3):229-246, 1993
- [9]. S. Wasserman, J. Dungan, and N. Cozzarelli, "Discovery of a predicted dna knot substantiates a model site-specific recombination", Science,229, 1985
- [10] D. A. Díaz-Romero, "Knotted Dynamical Systems" Doctoral Thesis, 2007
- [11] J. S. Birman and R. F. Williams, "Knotted periodic orbits in dynamical systems I. Lorenz equations" Topology 22, 1983
- [12] V. H. Olmedo y R. A. Andraca , "Matemáticas en medicina: una necesidad de capacitación" Med Int Mex 2012;28(3):278-281



IV CONGRESO NACIONAL DE TECNOLOGÍA APLICADA A CIENCIAS DE LA SALUD

"Generación de Nuevas Técnicas de Diagnóstico y Tratamiento"

6, 7 y 8 de Junio de 2013, Tonantzintla, Cholula, Puebla

